

Т Р У Д Ы
ЦЕНТРАЛЬНОГО АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
им. проф. Н. Е. Жуковского

Выпуск № 412

В. С. ПОЛЯДСКИЙ

АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРЫЛА С ЭЛЕРОНАМИ

ИЗДАНИЕ ЦЕНТРАЛЬНОГО АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
им. проф. Н. Е. ЖУКОВСКОГО

Москва

1939

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

В работе рассматриваются трапецевидные крылья с отклоненными элеронами и определяются их аэродинамические характеристики в зависимости от формы крыла, формы и размеров элеронов.

Исследование производится на основе метода Лотц-Рисберга, основанном на применении тригонометрических рядов к интегро-дифференциальному уравнению крыла для определения распределения циркуляции по размаху крыла. На основании расчета построены графики и даны таблицы для трапецевидных крыльев различного сужения и удлинения, при помощи которых по формулам легко определяются основные аэродинамические характеристики крыльев с отклоненными элеронами.

Для трапецевидных крыльев с прямоугольным центропланом и для элеронов переменной относительной глубины приведена формула для определения момента крена. Приводятся диаграммы результатов продувок пяти дужек с закрылками различной относительной глубины.

Далее приводятся графики и таблицы для трапецевидных крыльев при вращении относительно продольной оси, вызванном отклонением элеронов, при помощи которых по формулам определяются их аэродинамические характеристики, в том числе момент демпфирования и угловая скорость вращения для небольших углов атаки.

В заключение рассматривается вопрос о подборе равноэффективных элеронов в зависимости от их параметров и параметров крыла.

5255

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ
БИБЛИОТЕКА ЦАГИ
№ 1

ОБОЗНАЧЕНИЯ

z — координата вдоль размаха крыла;
 $z_{н.э}$ — координата начала элерона;
 $l_э$ — размах одного элерона;
 l — размах крыла;

$$\Theta = \arccos \left(-\frac{2z}{l} \right);$$

S — площадь крыла;
 $b(z) = b(\Theta)$ — хорда в точке z ;
 b_k — корневая (центральная) хорда крыла;
 b_0 — концевая хорда крыла;
 $b_{ср}$ — средняя геометрическая хорда крыла;
 $b_э(z)$ — хорда элерона в точке z ;
 λ — удлинение крыла;
 $l_{ц}$ — полудлина центроплана;

$$\eta = \frac{b_k}{b_0} \text{ — коэффициент сужения;}$$

$\alpha(z)$ — угол атаки в точке z , отсчитываемый от нуля подъемной силы;
 α_k — геометрический угол атаки корневого сечения;
 δ — действительный угол отклонения элерона;
 $\delta_{эф}$ — эффективный угол отклонения элерона;

$\Gamma(z)$ — циркуляция в точке z ;

A_n — коэффициент разложения циркуляции в тригонометрический ряд по формуле:

$$\Gamma = 2lV_{\mu_k} \sum_n A_n \sin n\Theta,$$

B_m — коэффициент разложения в тригонометрический ряд функции хорды и угла атаки по формуле:

$$\frac{b(\Theta)}{b_k} \alpha(\Theta) \sin \Theta = \sum_m B_m \sin m\Theta,$$

C_{2k} — коэффициент разложения в тригонометрический ряд функции хорды по формуле:

$$\frac{b(\Theta)}{b_k} = \sum C_{2k} \cos 2k\Theta;$$

$\frac{\Delta c_{yэ} b}{b_{ср}}$ — относительная нагрузка от элеронов;

$a_0 = \left(\frac{\partial c_y}{\partial \alpha} \right)_{\infty}$ — наклон кривой подъемной силы в плоско-параллельном потоке;

$\mu(z) = \frac{a_0 b(z)}{4l}$ — характеристический параметр крыла в точке z ;

$\mu_k = \frac{a_0 b_k}{4l}$ — характеристический параметр крыла в корневом сечении;

ρ — плотность воздуха;

V — скорость полета;

$q = \frac{\rho V^2}{2}$ — скоростной напор;

c_y — коэффициент подъемной силы в сечении крыла, отнесенный к q^1 ;
 $\Delta c_{y\alpha}$ — приращение коэффициента подъемной силы в сечении крыла, вызванное отклонением элеронов;

$\Delta c_{y\omega}$ — приращение коэффициента подъемной силы в сечении крыла, вызванное вращением относительно продольной оси;

x_∂ — расстояние по хорде центра давления от носка профиля;

$c_m = \frac{M}{qSb}$ — коэффициент момента относительно носка профиля,

$$c_{m_0} = c_m \text{ при } c_y = 0;$$

Δc_{m_α} — приращение коэффициента нулевого момента профиля при отклонении элерона;

α_α — приращение угла нулевой подъемной силы при отклонении элерона;

$c_y = \frac{P}{qS}$ — коэффициент подъемной силы крыла;

$c_x = \frac{Q}{qS}$ — коэффициент лобового сопротивления;

$c_{mx} = \frac{M_x}{qSl}$ — коэффициент момента крена;

$c_{my} = \frac{M_y}{qSl}$ — коэффициент момента рысканья.

¹ Все коэффициенты отнесены к скоростному напору q .

ВВЕДЕНИЕ

Точный учет тех обстоятельств, которые имеют место при отклонении элеронов, необходим при проектировании наиболее совершенной конструкции самолета, во-первых, потому, что появляющиеся моменты крена и рысканья играют определяющую роль в отношении управляемости и маневренности; во-вторых, при некоторых эволюциях, вызванных отклонением элеронов, возникает значительное увеличение действующей нагрузки на крыло, способной вызвать более высокие напряжения в нем, чем при нормальном полете. Так, например, при вращении самолета вокруг продольной оси, вызванном отклонением элеронов, возникает значительное увеличение крутящего момента крыла, который будет увеличивать напряжения в конструкции крыла.

Поэтому количественное и качественное определение аэродинамических характеристик крыла с отклоненными элеронами в зависимости от формы крыла, формы и размеров элеронов необходимо при проектировании самолета. С другой стороны, необходимо согласовать аэродинамические характеристики крыла с его прочностью, так как выгодная форма крыла и элеронов в смысле аэродинамики может оказаться невыгодной в смысле прочности.

Зная количественные и качественные аэродинамические характеристики крыльев с отклоненными элеронами в зависимости от их параметров, можно найти компромиссное решение для удовлетворения различных требований.

Эти аэродинамические характеристики можно получить из картины распределения циркуляции по размаху крыла; последняя может быть определена на основании теории крыла Прандтля.

Известно, что задача об определении распределения циркуляции по крылу конечного размаха сводится к решению основного интегро-дифференциального уравнения. Обычно циркуляция заменяется тригонометрическим рядом и таким образом задача сводится к определению коэффициентов этого ряда; последние отыскиваются из условия удовлетворения основному интегро-дифференциальному уравнению крыла. Зная коэффициенты разложения циркуляции, можно при помощи их легко определить основные аэродинамические характеристики крыла.

При отклонении элеронов на некоторый определенный угол можно считать, что мы получили новый деформированный профиль, имеющий иную вогнутость, и т. д., т. е. имеющий иные аэродинамические характеристики. Это изменение аэродинамических характеристик при отклонении элеронов может быть учтено при помощи формул теории тонкого профиля.

Существуют различные методы решения интегро-дифференциального уравнения крыла, которые могут быть также применимы и к задаче о крыле с отклоненными элеронами.

Не останавливаясь на сущности различных методов, укажем лишь, что наиболее из них удобным является метод Лотц-Рисберга, недавно разработанный в ЦАГИ. Этим методом, обладающим рядом существенных преимуществ перед всеми остальными методами, мы и воспользуемся в настоящей работе.

Автор пользуется случаем принести свою глубокую благодарность проф. Ф. Г. Глассу и проф. А. К. Мартынову, давшим ряд ценных указаний. Все вычисления выполнены, главным образом, техниками В. М. Тарховой и М. Б. Вальпитр, которым автор приносит благодарность.

1. МЕТОД ИССЛЕДОВАНИЯ

Рассматривая крыло конечного размаха, можно считать, что каждое сечение его работает в условиях крыла бесконечного размаха на угле атаки, присущем сечению, уменьшенном на величину угла скоса потока, обусловленного конечностью крыла.

Тогда к каждому элементу крыла конечного размаха может быть применена теорема Кутта-Жуковского о подъемной силе и таким образом получено интегро-дифференциальное уравнение крыла:

$$\Gamma(z) = \frac{a_0 b(z) V}{2} \left[\alpha(z) - \frac{1}{4\pi V} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{d\Gamma(z)}{dz_1} \frac{dz_1}{z - z_1} \right]. \quad (1)$$

Уравнение (1), кроме величин $b(z)$, $\alpha(z)$ и $a_0 = \left(\frac{\partial c_y}{\partial \alpha} \right)_\infty$, определяемых формой в плане, закрученностью, свойством профиля и положением крыла относительно потока, содержит функцию $\Gamma(z)$, которая и должна быть определена из этого уравнения. Здесь следует, однако, иметь в виду, что уравнение (1) справедливо только в пределах, соответствующих линейному изменению c_y от угла атаки α . Для решения уравнения (1) координату z , измеряемую вдоль размаха, заменим новой переменной Θ , определяемой из уравнения

$$\Theta = \arccos \left(-\frac{2z}{l} \right). \quad (2)$$

Если z меняется от $+\frac{l}{2}$ до $-\frac{l}{2}$, то Θ меняется от 0 до π , считая от левого конца к правому.

Заменим также функцию $\Gamma(z)$, выражающую циркуляцию вдоль размаха, тригонометрическим рядом синусов кратных дуг¹:

$$\Gamma(z) = 2lV\mu_k \sum_n A_n \sin n\Theta, \quad (3)$$

где $\mu_k = \frac{a_0 b_k}{4l}$ — характеристический параметр крыла в корневом сечении.

Производя замену переменных в основном интегро-дифференциальном уравнении (1) и подставляя в него $\Gamma(z)$, выраженную при помощи тригонометрического ряда (3), получим нижеследующее уравнение, из которого и должны быть определены искомые коэффициенты A_n :

$$f(\Theta) = \sum_n A_n \sin n\Theta \left[n\mu_k + \frac{b_k}{b(\Theta)} \sin \Theta \right] - \alpha(\Theta) \sin \Theta = 0. \quad (4)$$

¹ Так как функция $\Gamma(z)$ определяется в пределах от 0 до π , то такое разложение справедливо.

Здесь коэффициенты A_n отличаются от коэффициентов Глауэрта множителем μ_k .

Функция $f(\theta)$ (4) должна удовлетворяться при любом значении переменной θ от 0 до π .

Существуют различные методы решения основного интегро-дифференциального уравнения (1), обладающие теми или иными недостатками.

Мы в дальнейшем будем пользоваться наиболее совершенным методом, обладающим рядом существенных преимуществ перед всеми остальными, — методом Лотц-Рисберга¹.

А. Б. Рисберг, воспользовавшись идеей определения циркуляции при помощи тригонометрического разложения основного уравнения крыла конечного размаха и задавшись целью устранить недостатки метода Лотц, остроумно преобразовав основное уравнение и приняв иные разложения функций в тригонометрические ряды с последующим разложением функции $f(\theta)$ в ряд Фурье, получил уравнения (отличные от уравнений Лотц) для определения искомых коэффициентов A_n разложения (3). В самом деле, умножив уравнение (4) на $\frac{b(\theta)}{b_k}$ и заменив рядами Фурье функции

$$\left. \begin{aligned} \text{a)} \quad \frac{b(\theta)}{b_k} \alpha(\theta) \sin \theta &= \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin m\theta; \\ \text{b)} \quad \frac{b(\theta)}{b_k} &= \sum_{k=0}^{\infty} C_{2k} \cos 2k\theta; \\ \text{c)} \quad \sin \theta &= \sum_{k=0}^{\infty} D_{2k} \cos 2k\theta, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

будем иметь:

$$\sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \left[n u_k \sum_{k=0}^{\infty} C_{2k} \cos 2k\theta + \sum_{k=0}^{\infty} D_{2k} \cos 2k\theta \right] = \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin m\theta.$$

Применив тригонометрическое преобразование, получим:

$$\begin{aligned} \sum_{n, m} A_n (n u_k C_{2k} + D_{2k}) [\sin(n+2k)\theta + \sin(n-2k)\theta] = \\ = \sum_m 2B_m \sin m\theta. \end{aligned} \quad (6)$$

Итак, мы получили разложение основного интегро-дифференциального уравнения в ряд из синусов.

Теперь напомним уравнение, являющееся условием равенства коэффициентов при синусах одинаковых дуг в левой и правой части выражения (6):

¹ А. Б. Рисберг. Влияние формы крыла на распределение нагрузки и продольную устойчивость. Труды ЦАГИ, вып. 335, 1937 г.

$$\sum_{k=1}^{\frac{m}{2}} [(m-2k) \mu_k C_{2k} + D_{2k}] A_{m-2k} + \sum_{k=1}^{\infty} [(m+2k) \mu_k C_{2k} + D_{2k}] A_{m+2k} -$$

$$- \sum_{k > \frac{m}{2}}^{\infty} [(-m+2k) \mu_k C_{2k} + D_{2k}] A_{-m+2k} - 2B_m = 0. \quad (7)$$

Обозначив здесь через C_0 и D_0 удвоенные коэффициенты ряда Фурье, определяемые выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \text{a)} \quad C_0 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{b(\Theta)}{b_k} d\Theta, \\ \text{b)} \quad D_0 &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \Theta d\Theta, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

получили возможность суммирование производить в выражении (7) не от $k=0$, а от $k=1$.

Из формулы (7) нетрудно видеть, что уравнения распадаются на две системы, одна из которых служит для определения коэффициентов A_n с четными индексами, другая — для определения коэффициентов A_n с нечетными индексами.

Будем рассматривать крыло симметричной формы в плане, причем если углы атаки также симметрично распределены относительно продольной оси самолета, то в разложении (3) останутся только коэффициенты A_n с нечетными индексами, коэффициенты с четными индексами обратятся в нуль.

И, наоборот, если углы атаки распределены антисимметрично, то в выражении циркуляции войдут только коэффициенты A_n с четными индексами, коэффициенты A_n с нечетными индексами обратятся в нуль.

И в самом общем случае при асимметричном распределении углов атаки (дифференциальное отклонение элеронов) в разложении (3) должны сохраниться как коэффициенты A_n с четными индексами, так и коэффициенты A_n с нечетными индексами.

Развернем выражение (7), давая значения $m=1, 3, 5, 7, 9, 11$ и получим систему уравнений, из которой непосредственно определяются неизвестные коэффициенты A_n с нечетными индексами.

$$\left. \begin{aligned} & A_1 [\mu_k (C_0 - C_2) + D_0 - D_2] + A_3 [3\mu_k (C_2 - C_4) + D_2 - D_4] + \\ & + A_5 [5\mu_k (C_4 - C_6) + D_4 - D_6] + A_7 [7\mu_k (C_6 - C_8) + D_6 - D_8] + \\ & + A_9 [9\mu_k (C_8 - C_{10}) + D_8 - D_{10}] + \\ & + A_{11} [11\mu_k (C_{10} - C_{12}) + D_{10} - D_{12}] = 2B_1; \\ & A_1 [\mu_k (C_2 - C_4) + D_2 - D_4] + A_3 [3\mu_k (C_0 - C_6) + D_0 - D_6] + \\ & + A_5 [5\mu_k (C_2 - C_8) + D_2 - D_8] + A_7 [7\mu_k (C_4 - C_{10}) + D_4 - D_{10}] + \\ & + A_9 [9\mu_k (C_6 - C_{12}) + D_6 - D_{12}] + \\ & + A_{11} [11\mu_k (C_8 - C_{14}) + D_8 - D_{14}] = 2B_3; \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}
& A_1 [\mu_K (C_4 - C_6) + D_4 - D_6] + A_3 [3\mu_K (C_2 - C_8) + D_2 - D_8] + \\
& + A_5 [5\mu_K (C_0 - C_{10}) + D_0 - D_{10}] + A_7 [7\mu_K (C_2 - C_{12}) + D_2 - D_{12}] + \\
& + A_9 [9\mu_K (C_4 - C_{14}) + D_4 - D_{14}] + \\
& + A_{11} [11\mu_K (C_6 - C_{16}) + D_6 - D_{16}] = 2B_5; \\
& A_1 [\mu_K (C_6 - C_8) + D_6 - D_8] + A_3 [3\mu_K (C_4 - C_{10}) + D_4 - D_{10}] + \\
& + A_5 [5\mu_K (C_2 - C_{12}) + D_2 - D_{12}] + A_7 [7\mu_K (C_0 - C_{14}) + D_0 - D_{14}] + \\
& + A_9 [9\mu_K (C_2 - C_{16}) + D_2 - D_{16}] + \\
& + A_{11} [11\mu_K (C_4 - C_{18}) + D_4 - D_{18}] = 2B_7; \\
& A_1 [\mu_K (C_8 - C_{10}) + D_8 - D_{10}] + A_3 [3\mu_K (C_6 - C_{12}) + D_6 - D_{12}] + \\
& + A_5 [5\mu_K (C_4 - C_{14}) + D_4 - D_{14}] + A_7 [7\mu_K (C_2 - C_{16}) + D_2 - D_{16}] + \\
& + A_9 [9\mu_K (C_0 - C_{18}) + D_0 - D_{18}] + \\
& + A_{11} [11\mu_K (C_2 - C_{20}) + D_2 - D_{20}] = 2B_9; \\
& A_1 [\mu_K (C_{10} - C_{12}) + D_{10} - D_{12}] + A_3 [3\mu_K (C_8 - C_{14}) + D_8 - D_{14}] + \\
& + A_5 [5\mu_K (C_6 - C_{16}) + D_6 - D_{16}] + A_7 [7\mu_K (C_4 - C_{18}) + D_4 - D_{18}] + \\
& + A_9 [9\mu_K (C_2 - C_{20}) + D_2 - D_{20}] + \\
& + A_{11} [11\mu_K (C_0 - C_{22}) + D_0 - D_{22}] = 2B_{11}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Развернем выражение (9), давая значения $m = 2, 4, 6, 8, 10, 12$, тогда получим систему уравнений, из которой непосредственно определяются неизвестные коэффициенты A_n с четными индексами.

$$\begin{aligned}
& [2\mu_K (C_0 - C_4) + D_0 - D_4] A_2 + [4\mu_K (C_2 - C_6) + D_2 - D_6] A_4 + \\
& + [6\mu_K (C_4 - C_8) + D_4 - D_8] A_6 + [8\mu_K (C_6 - C_{10}) + D_6 - D_{10}] A_8 + \\
& + [10\mu_K (C_8 - C_{12}) + D_8 - D_{12}] A_{10} + \\
& + [12\mu_K (C_{10} - C_{14}) + D_{10} - D_{14}] A_{12} = 2B_2; \\
& [2\mu_K (C_2 - C_6) + D_2 - D_6] A_2 + [4\mu_K (C_0 - C_8) + D_0 - D_8] A_4 + \\
& + [6\mu_K (C_2 - C_{10}) + D_2 - D_{10}] A_6 + [8\mu_K (C_4 - C_{12}) + D_4 - D_{12}] A_8 + \\
& + [10\mu_K (C_6 - C_{14}) + D_6 - D_{14}] A_{10} + \\
& + [12\mu_K (C_8 - C_{16}) + D_8 - D_{16}] A_{12} = 2B_4; \\
& [2\mu_K (C_4 - C_8) + D_4 - D_8] A_2 + [4\mu_K (C_2 - C_{10}) + D_2 - D_{10}] A_4 + \\
& + [6\mu_K (C_0 - C_{12}) + D_0 - D_{12}] A_6 + [8\mu_K (C_2 - C_{14}) + D_2 - D_{14}] A_8 + \\
& + [10\mu_K (C_4 - C_{16}) + D_4 - D_{16}] A_{10} + \\
& + [12\mu_K (C_6 - C_{18}) + D_6 - D_{18}] A_{12} = 2B_6;
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 & [2\mu_k(C_6 - C_{10}) + D_6 - D_{10}] A_2 + [4\mu_k(C_4 - C_{12}) + D_4 - D_{12}] A_4 + \\
 & + [6\mu_k(C_2 - C_{14}) + D_2 - D_{14}] A_6 + [8\mu_k(C_0 - C_{16}) + D_0 - D_{16}] A_8 + \\
 & + [10\mu_k(C_2 - C_{18}) + D_2 - D_{18}] A_{10} + \\
 & + [12\mu_k(C_4 - C_{20}) + D_4 - D_{20}] A_{12} = 2B_8; \\
 & [2\mu_k(C_8 - C_{12}) + D_8 - D_{12}] A_2 + [4\mu_k(C_6 - C_{14}) + D_6 - D_{14}] A_4 + \\
 & + [6\mu_k(C_4 - C_{16}) + D_4 - D_{16}] A_6 + [8\mu_k(C_2 - C_{18}) + D_2 - D_{18}] A_8 + \\
 & + [10\mu_k(C_0 - C_{20}) + D_0 - D_{20}] A_{10} + \\
 & + [12\mu_k(C_2 - C_{22}) + D_2 - D_{22}] A_{12} = 2B_{10}; \\
 & [2\mu_k(C_{10} - C_{14}) + D_{10} - D_{14}] A_2 + [4\mu_k(C_8 - C_{16}) + D_8 - D_{16}] A_4 + \\
 & + [6\mu_k(C_6 - C_{18}) + D_6 - D_{18}] A_6 + [8\mu_k(C_4 - C_{20}) + D_4 - D_{20}] A_8 + \\
 & + [10\mu_k(C_2 - C_{22}) + D_2 - D_{22}] A_{10} + \\
 & + [12\mu_k(C_0 - C_{24}) + D_0 - D_{24}] A_{12} = 2B_{12}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Системы уравнений (9) и (10) в отличие от уравнений Глауэрта решаются методом последовательных приближений (итераций), ускоряющим вычислительный процесс и гарантирующим безошибочность решения.

Коэффициенты B_m , C_{2k} и D_{2k} , входящие в уравнение (9) и (10), определяются по формулам Эйлера:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } B_m &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{b(\theta)}{b_k} \alpha(\theta) \sin \theta \sin n\theta d\theta; \\
 \text{b) } C_{2k} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{b(\theta)}{b_k} \cos 2k\theta d\theta; \\
 \text{c) } D_{2k} &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \sin \theta \cos 2k\theta d\theta.
 \end{aligned} \tag{11}$$

Как видим из системы уравнений (9) и (10), левые части уравнений зависят от коэффициентов C_{2k} и D_{2k} , а так как коэффициенты D_{2k} представляют собой известные числа, то, следовательно, левые части зависят исключительно от формы крыла в плане. Правые же части уравнений зависят от коэффициентов B_m , которые в свою очередь зависят от угла атаки $\alpha(\theta)$, последний в общем случае складывается из суммы четырех составляющих углов атаки:

угла атаки плоского крыла¹

$$\alpha_{пл}(\theta) = \alpha_k = \text{const},$$

угла атаки от закрученности, аэродинамической и геометрической

$$\alpha_z(\theta),$$

¹ Плоским крылом называется такое крыло, у которого в каждом сечении $c_y = 0$ в тот момент, когда подъемная сила всего крыла равна нулю.

эффективного угла атаки, обусловленного отклонением элеронов или щитков

$$\alpha_s(\theta),$$

и угла атаки, обусловленного вращением крыла относительно продольной оси

$$\alpha_w(\theta).$$

В общем случае угол атаки в любом сечении по размаху крыла запишется так:

$$\alpha(\theta) = \alpha_k + \alpha_s(\theta) + \alpha_e(\theta) + \alpha_w(\theta). \quad (12)$$

Таким образом и коэффициент B_m , зависящий от $\alpha(\theta)$, согласно (11а) соответственно разобьется на сумму четырех слагаемых:

$$B_m = B_{m_{пл}} + B_{m_s} + B_{m_e} + B_{m_w}, \quad (13)$$

а следовательно, циркуляция в общем случае разобьется также на сумму четырех составляющих

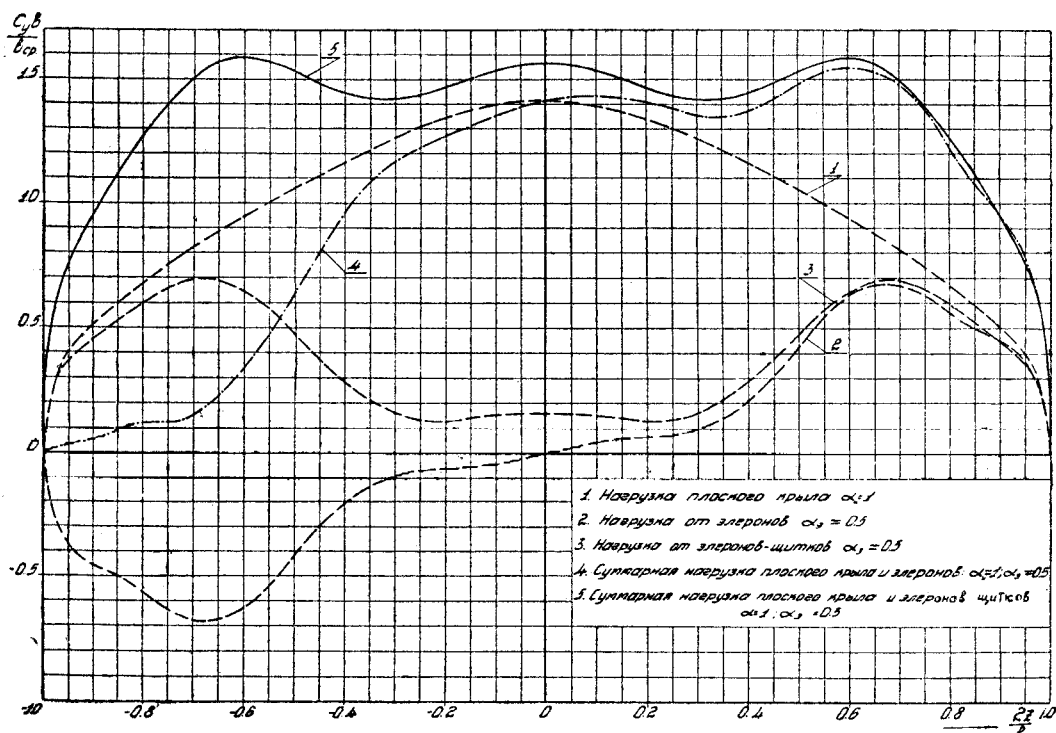
$$\Gamma(\theta) = \Gamma_{пл}(\theta) + \Gamma_s(\theta) + \Gamma_e(\theta) + \Gamma_w(\theta) \quad (14)$$

или, что одно и то же, коэффициенты A_n разобьются на сумму четырех слагаемых:

$$A_n = A_{n_{пл}} + A_{n_s} + A_{n_e} + A_{n_w}.$$

Каждая из циркуляций выражения (14) может быть определена отдельно, а общая циркуляция данного крыла (на данном угле атаки, данной закрученности, с отклоненными элеронами и вызванным ими вращением) получается путем алгебраического сложения составляющих циркуляций.

На фиг. 1 показано сложение циркуляций трапецевидного крыла,



Фиг. 1. Распределение нагрузки по размаху трапецевидного крыла: $\lambda = 6$, $\eta = 5$,

$$\frac{2l_s}{l} = 0,5$$

рассчитанного нами с целью сравнения его с экспериментом (углы атаки берутся в радианах).

Для определения распределения циркуляции, а также для определения аэродинамических характеристик крыла необходимо знать коэффициенты A_n , а для этого нужно решать системы уравнений (9) и (10), в кои входят коэффициенты B_m , C_{2k} и D_{2k} , к отысканию которых и перейдем.

Определение коэффициентов, входящих в уравнения

Разности коэффициентов $D_{2p} - D_{2q}$, стоящие в левых частях уравнений (9) и (10), представляют собой известные числа, определяемые из выражения:

$$D_{2p} - D_{2q} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \sin \theta (\cos 2p\theta - \cos 2q\theta) d\theta = \frac{16(p^2 - q^2)}{\pi(4p^2 - 1)(4q^2 - 1)}. \quad (15)$$

Коэффициенты C_{2k} , называемые коэффициентами формы крыла в плане, так как они зависят исключительно от формы крыла в плане, будем определять для крыльев наиболее употребительной формы, а именно для трапецевидных и трапецевидных с прямоугольным центропланом¹.

Трапецевидное крыло. Пользуясь ранее принятыми обозначениями, напомним закон хорды для трапецевидного крыла

$$b(\theta) = b_k (1 \mp \xi \cos \theta), \quad (16)$$

где $\xi = \frac{b_k - b_0}{b_k}$ — параметр сужения крыла; знак минус справедлив для левой половины крыла, плюс — для правой.

Будем в дальнейшем под сужением крыла понимать отношение корневой хорды к концевой $\eta = \frac{b_k}{b_0}$, которое через параметр сужения выразится следующим образом:

$$\eta = \frac{1}{1 - \xi}.$$

Принимая во внимание (11) и имея в виду симметричность формы крыла в плане относительно продольной оси самолета, будем иметь:

$$C_{2k} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \xi \cos \theta) \cos 2k\theta d\theta.$$

Интегрируя, получим:

$$C_0 = 2 - \frac{4\xi}{\pi} \quad \text{при } k=0; \quad (17)$$

$$C_{2k} = (-1)^k \frac{4\xi}{\pi(4k^2 - 1)} \quad \text{при } k \neq 0.$$

¹ Для крыльев необычной формы в случае затруднения получения коэффициентов аналитическим путем следует их определять графическим интегрированием или способом трафареток. См. сноску на стр. 7.

Крыло трапецевидное с прямоугольным центропланом. Если полудлина центроплана будет определяться из выражения

$$l_{\text{ц}} = -z_{\text{ц}} = + \frac{l}{2} \cos \Theta_{\text{ц}},$$

то закон хорды в этом случае напишется так:

$$b(\Theta) = b_{\text{к}}(a + c \cos \Theta) \quad \text{для } 0 \leq \Theta \leq \Theta_{\text{ц}}$$

и

$$\pi - \Theta_{\text{ц}} \leq \Theta \leq \pi; \quad (18)$$

$$b(\Theta) = b_{\text{к}} \quad \text{для } \Theta_{\text{ц}} \leq \Theta \leq \pi - \Theta_{\text{ц}},$$

где

$$a = 1 + \frac{\xi \frac{2l_{\text{ц}}}{l}}{1 - \frac{2l_{\text{ц}}}{l}}; \quad c = \frac{\xi}{1 - \frac{2l_{\text{ц}}}{l}}.$$

Коэффициенты C_{2k} будут определяться из выражения¹:

$$\begin{aligned} C_{2k} &= \frac{4}{\pi} \int_0^{\Theta_{\text{ц}}} (a - c \cos \Theta) \cos 2k\Theta d\Theta + \frac{4}{\pi} \int_{\Theta_{\text{ц}}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2k\Theta d\Theta = \\ &= \frac{2(a-1)}{\pi k} \sin 2k\Theta_{\text{ц}} - \frac{2c}{\pi} \left[\frac{\sin(2k+1)\Theta_{\text{ц}}}{2k+1} + \frac{\sin(2k-1)\Theta_{\text{ц}}}{2k-1} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

при $k \neq 0$;

$$C_0 = 2 + \frac{4\Theta_{\text{ц}}}{\pi}(a-1) - \frac{4c}{\pi} \sin \Theta_{\text{ц}}$$

при $k = 0$.

Таким образом, коэффициенты левых частей D_{2k} и C_{2k} уравнений (9) и (10) мы знаем; необходимо теперь определить правые части, т. е. коэффициенты B_m , зависящие от угла атаки. Пока мы будем интересоваться эффектом, получающимся при отклонении элеронов, перейдем к выяснению этого явления и определим в этом случае коэффициенты B_m .

II. ЭФФЕКТ, ПОЛУЧАЕМЫЙ ОТ ОТКЛОНЕНИЯ ЭЛЕРОНОВ

Для определения аэродинамических характеристик крыла конечного размаха с отклоненными элеронами необходимо учитывать изменение характеристик профиля, деформированного отклонением элерона.

Для этой цели воспользуемся результатами теории тонкого профиля с отклоненными элеронами, полученными Carafoli². Отклонение элерона на

¹ Как видно из выражений (17) и (19), в этих случаях коэффициенты C_{2k} определяются точно в отличие от коэффициентов C_{2k} метода Lotz, которые определяются приближенно с большой затратой труда.

² Carafoli. Influence des ailerons sur les propriétés aérodynamiques des surfaces sustentatrices.

Travaux du Cercle d'Etudes Aérotechniques, Paris, 1929. Аналогичные результаты получены Глауэртом и Мунком, применившими, однако, иные рассуждения.

профиле изменяет как бы кривизну его, а следовательно, зависящие от нее инварианты профиля α_0 , c_{m0} и c_{x0} , где α_0 — угол нулевой подъемной силы, c_{m0} — коэффициент нулевого момента.

Приращение угла нулевой подъемной силы, вызванное отклонением элерона, согласно теории тонкого профиля, будет:

$$\alpha_3 = \frac{\pi - \Phi + \sin \Phi}{\pi} \delta; \quad (20)$$

приращение коэффициента нулевого момента (Δc_{m0}) профиля, деформированного отклонением элерона, согласно теории тонкого профиля, будет:

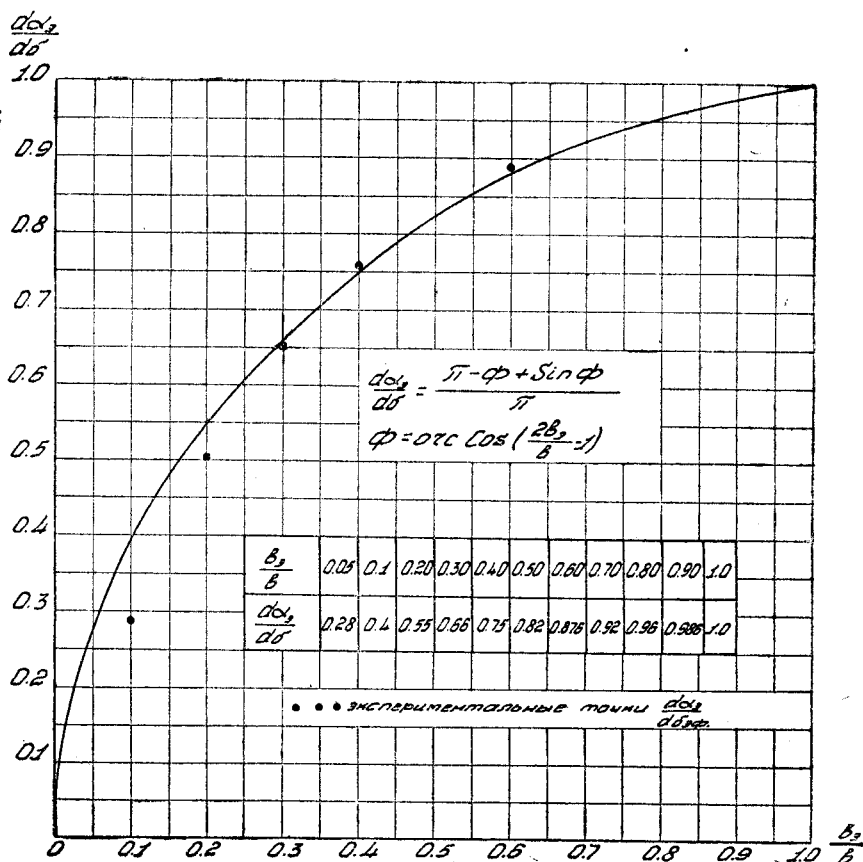
$$\Delta c_{m0} = \frac{1}{2} \left(\sin \Phi + \frac{\sin 2\Phi}{2} \right) \delta, \quad (21)$$

где

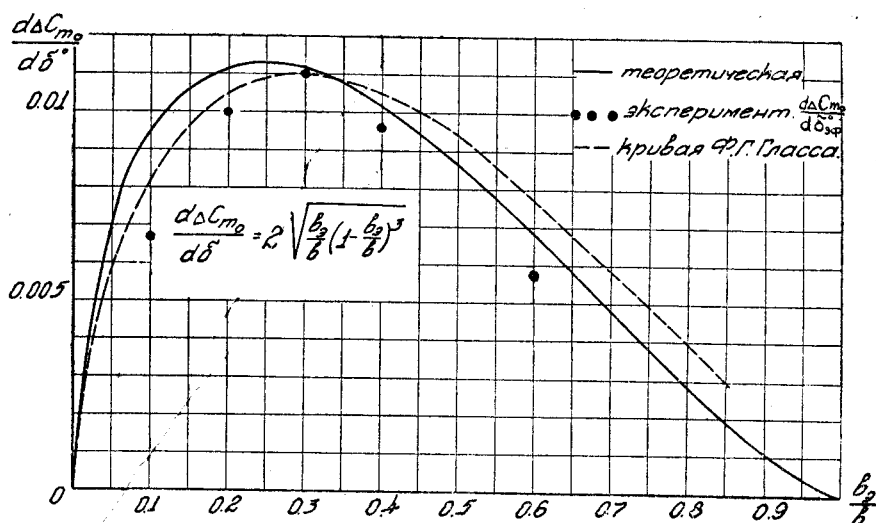
$$\Phi = \arccos \left(\frac{2b_3}{b} - 1 \right);$$

b_3 — хорда элерона;

b — хорда крыла.



Фиг. 2. Числовые значения $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ в функции $\frac{b_3}{b}$



Фиг. 3. Зависимость между приращением нулевого момента и относительной глубиной элерона

Если принять во внимание связь между Φ и $\frac{b_3}{b}$, то выражения (20) и (21) соответственно можно записать в следующем виде:

$$\alpha_3 = \frac{2}{\pi} \left[\arcsin \sqrt{\frac{b_3}{b}} + \sqrt{\frac{b_3}{b} \left(1 - \frac{b_3}{b}\right)} \right] \delta; \quad (20')$$

$$\Delta C_{m0} = 2 \sqrt{\frac{b_3}{b} \left(1 - \frac{b_3}{b}\right)^3} \delta. \quad (21')$$

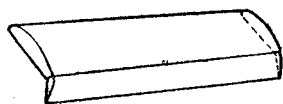
Это теоретическое значение приращения угла нулевой подъемной силы и коэффициента нулевого момента нанесено на фиг. 2 и 3 в форме:

$$\frac{d\alpha_3}{d\delta} = \frac{\pi - \Phi + \sin \Phi}{\pi},$$

$$\frac{d\Delta C_{m0}}{d\delta} = \frac{1}{2} \left(\sin \Phi + \frac{\sin 2\Phi}{2} \right) \frac{1}{57,3}.$$

Эксперимент

С целью проверки пригодности использования результатов теории тонкого профиля, а именно формул (20) и (21), для количественной оценки изменения аэродинамических характеристик профиля, вызванного отклонением элерона, нами был поставлен эксперимент над пятью моделями дужек с закрылком, простирающимся по всему размаху крыла (фиг. 4). Испытания проводились в трубе Т-1 ЦАГИ при средней скорости потока $V = 30$ м/сек, что соответствует числу $Re = 820\,000$.



Фиг. 4

Моделями служили крылья прямоугольной формы в плане размером $2 \times 0,4$ м с профилем Clark-Y относительной толщины $\sigma = 0,12$ и с закрылками, простирающимися по всему размаху. Модели крыла подвешивались в трубе обычным способом.

Испытания заключались в нормальной продувке на поляру крыла

с последующим пересчетом на c_m . На каждой из моделей закрылок имел определенную относительную глубину, а именно:

$$\frac{b_a}{b} = 0,10; 0,20; 0,30; 0,40 \text{ и } 0,60.$$

Результаты этой серии испытаний моделей дужек с закрылком приведены в приложении на сводных диаграммах фиг. 1—15 до углов атаки $+40^\circ$ и для углов отклонения закрылка

$$\delta = \pm 3; \pm 6; \pm 10; +15, -16, +20 \text{ и } -25^\circ.$$

Однако, для моделей, у которых закрылок имел большую относительную глубину из-за недостаточной величины контргрузов, пришлось ограничиться меньшими углами атаки. Результаты продувки исправлены на влияние трубы и косизну потока.

В приложении на фиг. 1—5 приведены кривые c_y по α для различных углов отклонения закрылка (элерона), указывающие, что наклон кривой коэффициента подъемной силы $\frac{dc_y}{d\alpha}$ почти не меняется с изменением угла отклонения закрылка. Однако, из приведенных диаграмм видно, что для больших, но досрывных углов атаки и больших углов отклонения закрылков эта линейность несколько нарушается, это обстоятельство может быть объяснено значительным искажением профиля, вызванным отклонением закрылка на большой угол.

Приведенные в приложении на фиг. 6—10 сводные диаграммы c_y по c_m указывают также, что наклон кривой коэффициента c_m почти не меняется с изменением угла отклонения закрылка за исключением больших положительных углов отклонения закрылка на малых c_y .

Приращение угла нулевой подъемной силы монотонно меняется с изменением угла отклонения закрылка для всех моделей; это экспериментальное значение угла нулевой подъемной силы нанесено на диаграмму фиг. 5 в функции эффективного угла¹ отклонения закрылка для разных отношений хорды закрылка к хорде крыла.

Принимая линейную зависимость между углом нулевой подъемной силы и эффективным углом отклонения закрылка, проводим средние прямые по экспериментальным точкам, изображенные на фиг. 5, которые указывают, что с возрастанием $\left(\frac{b_a}{b}\right)$ относительной хорды элерона возрастает приращение угла нулевой подъемной силы.

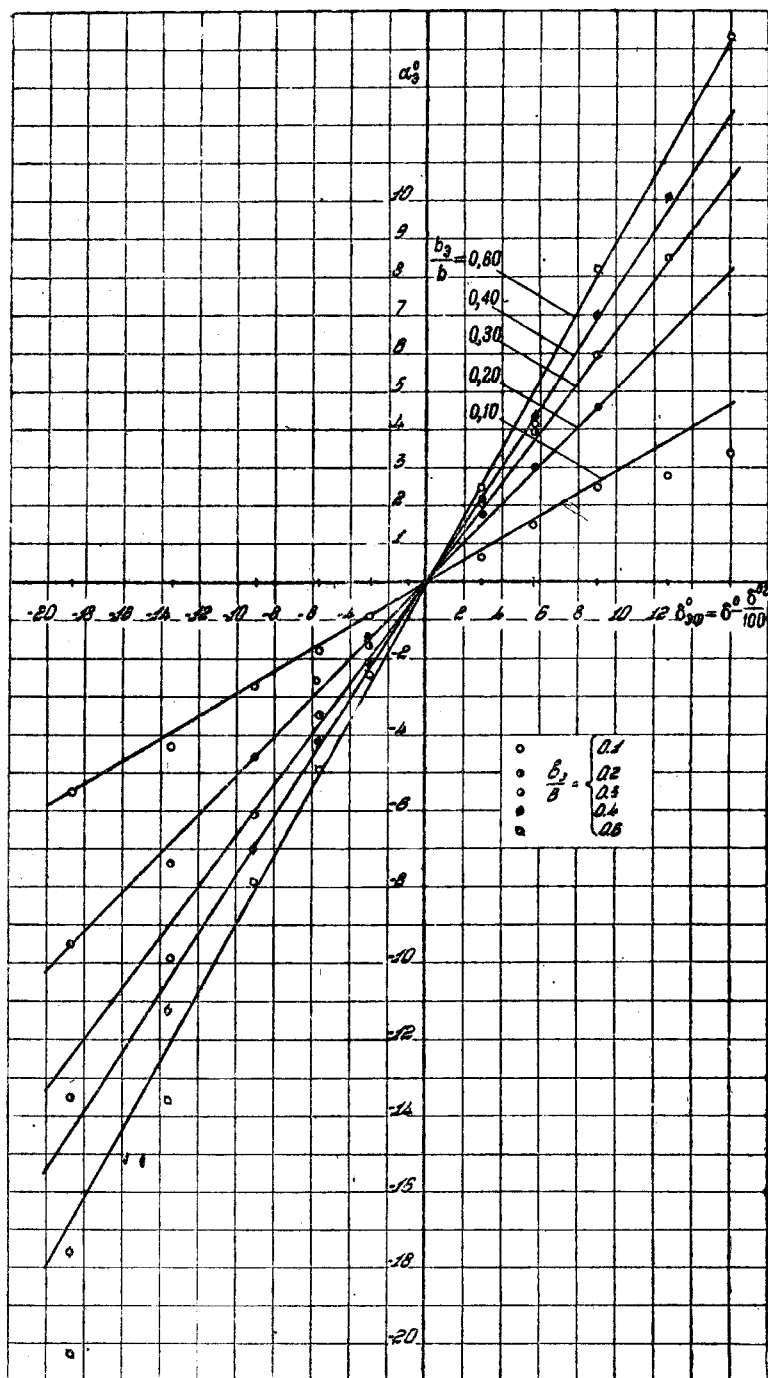
Экспериментальные результаты указывают, что отклонение закрылка вниз вызывает меньшее приращение α_z , чем такое же отклонение вверх, но эта разница для данного профиля невелика и ею можно пренебречь².

Коэффициент нулевого момента (c_{m0}) также монотонно меняется с изменением угла отклонения закрылка для всех моделей. Экспериментальное значение Δc_{m0} нанесено на диаграмму фиг. 6 в функции эффективного угла отклонения закрылка.

Прямые фиг. 6 указывают, что приращение Δc_{m0} с возрастанием относительной глубины раньше возрастает, достигает максимума при некотором значении $\frac{b_a}{b}$, а затем снова убывает до нуля.

¹ Как будет указано ниже $\delta_{эф}$ связано с δ следующим отношением $\delta_{эф} = \delta - \frac{\delta^2}{100}$.

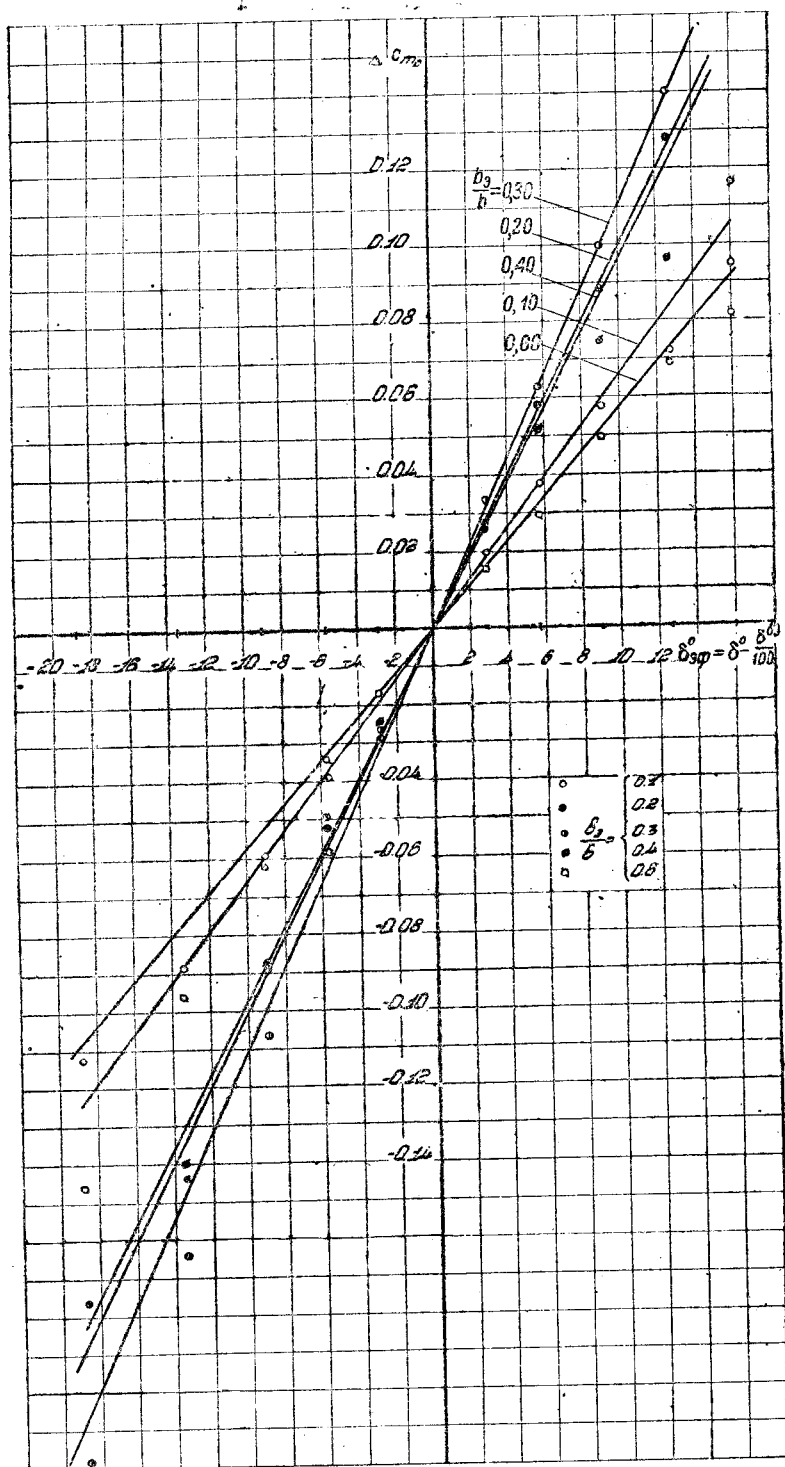
² Эта разница будет зависеть от профиля и иногда может достигать значительной величины.



Фиг. 5. Зависимость между углом нулевой подъемной силы и эффективным углом отклонения закрылка

5255 ф

БЕЛОРУССКО-ПОЛЬСКИЙ
ВНЕШНЕЭКОНОМИЧЕСКИЙ
БАНК



Фиг. 6. Зависимость между коэффициентом нулевого момента и эффективным углом отклонения закрылка

Теоретический максимум находится в точке, соответствующей $\frac{b_3}{b} = 0,25$ (фиг. 3).

В приложении на фиг. 11—15 представлены сводные диаграммы c_y по c_x для разных углов отклонения закрылка.

На фиг. 2 и 3 приведено сравнение кривых теории тонкого профиля с экспериментом над моделями дужек с закрылками.

Как видно из формул (20) и (21), α_3 и Δc_{m0} линейно зависят от угла отклонения закрылка (элерона), но эти формулы выведены в предположении, что углы отклонения элерона малы, в то время как мы в эксперименте допускали отклонения закрылков до 25° . К тому же экспериментальный материал свидетельствует о некотором отклонении от линейности величин α_3 и Δc_{m0} при больших углах отклонения элеронов. Поэтому Ф. Г. Гласом была предложена эмпирическая формула, учитывающая это отклонение от линейности, а именно:

$$\delta_{3\phi} = \delta - \frac{\delta^2}{100}.$$

Таким образом, считаем, что α_3 и Δc_{m0} зависят линейно от эффективного угла отклонения элерона, поэтому при сравнении с экспериментом мы дифференцировали их по $\delta_{3\phi}$. Как видим, наибольшее расхождение получилось для модели с $\frac{b_3}{b} = 0,10$; при этом следует иметь в виду, что несмотря на то, что закрылок крепился в пяти точках по размаху (в отличие от остальных четырех моделей, у которых крепление закрылка происходило в четырех точках) все же это оказалось не вполне достаточным и во время продувки он деформировался вследствие его малой толщины.

Полученные значения $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ из обработки большого числа экспериментов над моделями дужек с закрылками, имеющими разные профили и закрылки, проведенных в разных трубах, показывают, что они имеют заниженное значение по сравнению с теоретическим $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ в диапазоне употребительных $\frac{b_3}{b}$.

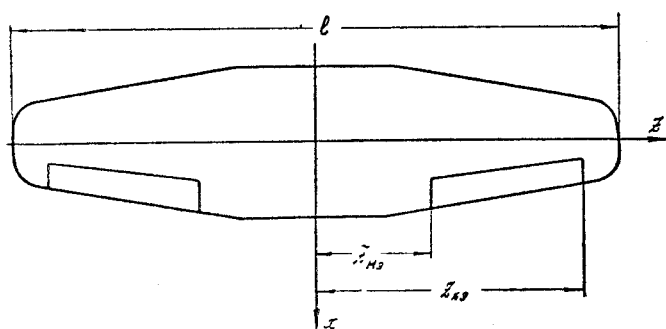
По мере увеличения $\frac{b_3}{b}$ это расхождение становится меньшим. Однако, мы будем пользоваться теоретическими значениями $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$, завышенное значение которого будет учтено в дальнейшем поправочным коэффициентом.

Следует, однако, предпочесть экспериментальное значение $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ для данного профиля и типа элерона.

Распределение циркуляции при отклоненных элеронах

Теперь мы имеем все данные для рассмотрения крыла конечного размаха с отклоненными элеронами. Выше было показано [выражение (14)], что составляющие циркуляции можно рассматривать отдельно и для получения общей циркуляции крыла достаточно алгебраически сложить все составляющие циркуляции. На основании этого мы в дальнейшем отдельно

рассмотрим эффект отклонения элеронов, считая крыло плоским и установленным под углом атаки $\alpha_k = 0$, имея в виду, что угол атаки измеряется



Фиг. 7

от прямой, направленной параллельно скорости в тот момент, когда подъемная сила (при нейтральных элеронах) обращается в нуль.

Для этого рассмотрим крыло, снабженное элеронами (фиг. 7). Пусть $z_{н.э}$ и $z_{к.э}$ и соответственно $\theta_{н.э}$ и $\theta_{к.э}$ будут координаты начала и конца элерона. Согласно теории тонкого профиля (20) при отклонении элерона

как бы меняется кривизна профиля и, следовательно, возрастает угол нулевой подъемной силы на величину, равную:

$$\alpha_э = \frac{\pi - \Phi + \sin \Phi}{\pi} \delta_{эф}.$$

В дальнейшем $\alpha_э$ будем называть эффективным углом атаки элеронов и будем его брать со знаком плюс, если элерон отклонен вниз — на увеличение подъемной силы и с минусом, если отклонение вверх.

1. Элерон постоянной относительной глубины

Эффективный угол атаки крыла при дифференциально-отклоненных элеронах постоянной относительной глубины будет определяться из формулы (20) и распределится по размаху следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} &0 \text{ для } 0 \leq \theta \leq \theta_{к.э}; \\ &\alpha_{э1} = \text{const для } \theta_{к.э} \leq \theta \leq \theta_{н.э}; \\ &0 \text{ для } \theta_{н.э} \leq \theta \leq \pi - \theta_{н.э}; \\ &\alpha_{э2} = \text{const для } \pi - \theta_{н.э} \leq \theta \leq \pi - \theta_{к.э}; \\ &0 \text{ для } \pi - \theta_{к.э} \leq \theta \leq \pi. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Ввиду несимметричности распределения циркуляции при дифференциальном отклонении элеронов в формулу разложения циркуляции (3) войдут как четные, так и нечетные коэффициенты и, следовательно, в этом случае требуется решать две системы уравнений — четную, из которой определяются коэффициенты A_n с четными индексами, и нечетную, из которой определяются коэффициенты A_n с нечетными индексами.

В самом деле для любого крыла (плоского, закрученного, с отклоненными элеронами, вращающегося) левые части системы уравнений остаются без изменения, правые же части определяются из выражения

$$B_m = \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \alpha(\theta) \frac{b(\theta)}{b_k} \sin \theta \sin m \theta d\theta. \quad (23)$$

Коэффициент B_m для случая отклоненных элеронов будет:

$$B_{mэ} = \frac{2}{\pi} \left\{ \int_{\theta_{к.э}}^{\theta_{н.э}} \alpha_{э1} \frac{b(\theta)}{b_k} \sin \theta \sin m \theta d\theta + \int_{\pi - \theta_{н.э}}^{\pi - \theta_{к.э}} -\alpha_{э2} \frac{b(\theta)}{b_k} \sin \theta \sin m \theta d\theta \right\}.$$

При четном m имеем:

$$B_{m\vartheta} = \frac{2}{\pi} (\alpha_{\vartheta_1} + \alpha_{\vartheta_2}) \int_{\Theta_{\kappa, \vartheta}}^{\Theta_{\text{н. } \vartheta}} \frac{b(\Theta)}{b_{\kappa}} \sin \Theta \sin m\Theta d\Theta. \quad (24)$$

При нечетном m

$$B_{m\vartheta} = \frac{2}{\pi} (\alpha_{\vartheta_1} - \alpha_{\vartheta_2}) \int_{\Theta_{\kappa, \vartheta}}^{\Theta_{\text{н. } \vartheta}} \frac{b(\Theta)}{b_{\kappa}} \sin \Theta \sin m\Theta d\Theta. \quad (25)$$

Подставляя в выражение (24) и (25) закон изменения хорды по размаху крыла для трапецевидного крыла с прямоугольным центропланом (18) и интегрируя, получим:

$$B_{m\vartheta} = \frac{2}{\pi} (\alpha_{\vartheta_1} \pm \alpha_{\vartheta_2}) \left\{ \frac{a}{2} \left[\frac{\sin(m-1)\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \sin(m-1)\Theta_{\kappa, \vartheta}}{m-1} - \frac{\sin(m+1)\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \sin(m+1)\Theta_{\kappa, \vartheta}}{m+1} \right] - \frac{c}{4} \left[\frac{\sin(m-2)\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \sin(m-2)\Theta_{\kappa, \vartheta}}{m-2} - \frac{\sin(m+2)\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \sin(m+2)\Theta_{\kappa, \vartheta}}{m+2} \right] \right\}, \quad (26)$$

где знак плюс справедлив для четных m ; знак минус справедлив для нечетных m . При недифференциальном отклонении элеронов для нечетных m будем иметь:

$$B_{m\vartheta} = 0,$$

для четных m в формуле (26) множитель $(\alpha_{\vartheta_1} + \alpha_{\vartheta_2}) = 2\alpha_{\vartheta}$.

При $m=1$ первая квадратная скобка (26) примет вид:

$$\left[\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \Theta_{\kappa, \vartheta} + \frac{\sin 2\Theta_{\kappa, \vartheta} - \sin 2\Theta_{\text{н. } \vartheta}}{2} \right]; \quad (27)$$

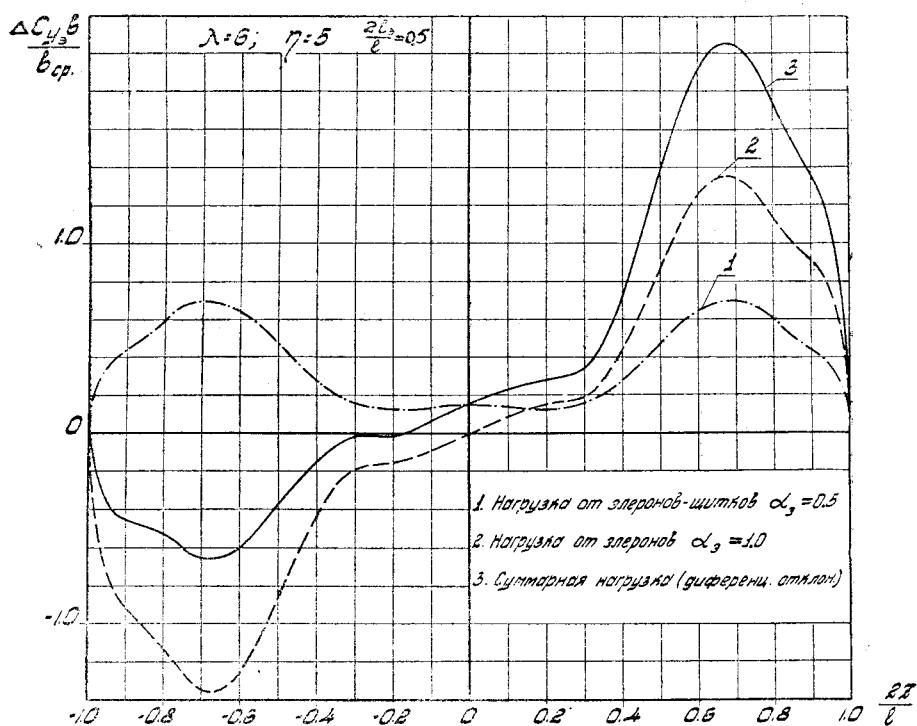
аналогично при $m=2$ вторая квадратная скобка будет:

$$\left[\Theta_{\text{н. } \vartheta} - \Theta_{\kappa, \vartheta} + \frac{\sin 4\Theta_{\kappa, \vartheta} - \sin 4\Theta_{\text{н. } \vartheta}}{4} \right]. \quad (27')$$

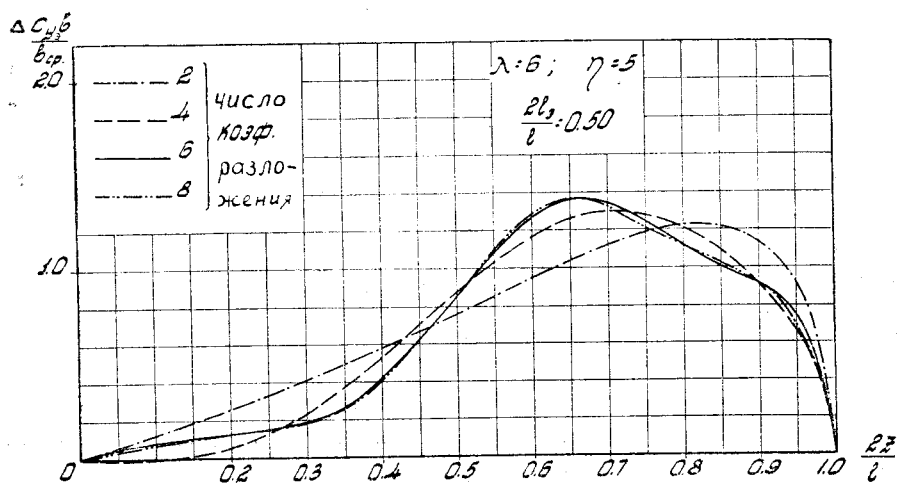
Формула (26) справедлива и для трапецевидного крыла, если вместо a и c подставить соответственно 1 и $\xi = \frac{b_{\kappa} - b_0}{b_{\kappa}}$.

На фиг. 8 показано распределение относительной нагрузки в форме $\frac{\Delta c_{y\vartheta}}{b_{\text{ср}}}$ от дифференциально-отклоненных элеронов по размаху трапецевидного крыла: дифференциальность 3:1.

По вышеприведенным формулам и определяются правые части системы уравнений (9) и (10) для случая отклоненных элеронов постоянной относительной глубины. Так как функция $\alpha_{\vartheta}(\Theta)$ в промежутке от 0 до π имеет разрыв, то коэффициенты $B_{m\vartheta}$ разложения (5а) убывают медленно и четырех коэффициентов, как для плоского крыла, недостаточно; поэтому нами произведены сравнительные расчеты с целью определения необходимого



Фиг. 8. Распределение нагрузки по размаху крыла от дифференциально-отклоненных элеронов



Фиг. 9. Распределение нагрузки по полуразмаху трапециевидного крыла от элеронов с различным числом коэффициентов разложения

числа коэффициентов A_n для получения по ним удовлетворительного распределения нагрузки по размаху. Эти сравнительные расчеты показали, что первых шести коэффициентов вполне достаточно, как это показано на фиг. 9¹.

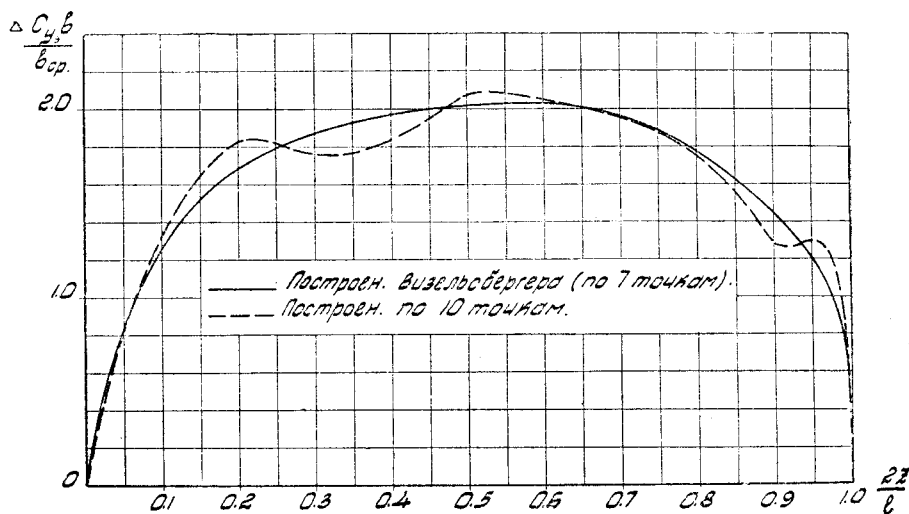
Здесь, кстати, следует указать, что метод Глауэрта дает лишь удовлетворительный результат при восьми коэффициентах A_n .

¹ Это обстоятельство еще подтверждается расчетом, сделанным инж. А. Б. Рисбергом для крыла с меньшим сужением.

Расчеты прямоугольных крыльев с отклоненными элеронами были произведены Визельсбергером методом Глауэрта, удерживавший восемь коэффициентов A_n ¹.

По полученным из расчета коэффициентам A_n в семи точках на полуразмахе крыла им была вычислена циркуляция и произведено построение кривых.

Нами выполнено такое же построение кривой нагрузки по десяти точкам на полуразмахе при помощи коэффициентов Визельсбергера. Из этой кривой видно, что удержание первых восьми коэффициентов A_n дает еще не вполне удовлетворительный результат (фиг. 10).



Фиг. 10. Распределение нагрузки по полуразмаху прямоугольного крыла от элеронов, определенной по восьми коэффициентам Глауэрта

Кроме того, следует указать, что разрыв угла атаки (отклоненные элероны) в методе Глауэрта не учитывается, так как он будет ложиться между двумя выбранными сечениями.

Хотя эти сечения могут быть выбраны как угодно близко, но тогда это приведет к тому, что удержания даже восьми коэффициентов A_n окажется недостаточным.

Если же мы захотим более точно учесть разрыв в изменении угла атаки, следует взять больше сечений вблизи разрыва, что, однако, сделает вычисления чрезвычайно громоздкими из-за необходимости решать систему с большим числом уравнений.

2. Элерон переменной относительной глубины

Выше мы рассматривали элерон постоянной относительной хорды. Однако, в практике самолетостроения на трапецевидных крыльях часто встречаются элероны постоянной хорды, следовательно, имеющие переменную относительную хорду. Такие элероны удобны в смысле изготовления. Кроме того, встречаются также элероны, расширяющиеся к концу.

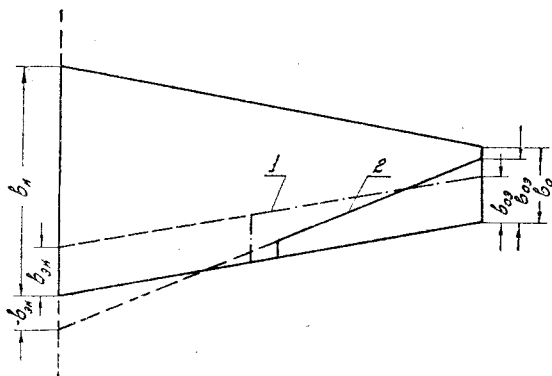
Поэтому теоретическое определение характеристик крыла с такими элеронами представляет большой практический интерес. Выше было показано,

¹ В последнее время расчеты трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами произведены методом наименьших квадратов, но при этом сохранено лишь первых четыре коэффициента разложения. Pearson, NACA Technical Notes, № 589.

что эффект от отклонения элеронов сводится к появлению добавочного эффективного угла атаки, т. е. к изменению угла нулевой подъемной силы профиля.

Так как левые части системы уравнений не зависят от угла атаки, следовательно, они не зависят от формы элерона, а зависят исключительно от формы крыла в плане, а поэтому для определения неизвестных коэффициентов разложения циркуляции в тригонометрический ряд для случая отклоненных элеронов переменной относительной хорды достаточно решить ту же систему уравнений, в которой необходимо заменить правые части (коэффициенты B_m) новыми правыми частями, определяемыми из формулы (23).

Отличие в вычислении коэффициентов $B_{m\epsilon}$ для этого случая состоит в том, что здесь $\alpha_\epsilon(\theta)$ будут функцией координаты θ , в то время как для элерона постоянной относительной глубины $\left(\frac{b_\epsilon}{b} = \text{const}\right)$ $\alpha_\epsilon(\theta) = \text{const}$



Фиг. 11

вдоль всего размаха элерона.

В этом случае согласно теории тонкого крыла (20') эффективный угол атаки выражается так:

$$\alpha_\epsilon(\theta) = \frac{2}{\pi} \left\{ \arcsin \sqrt{\frac{b_\epsilon \theta}{b(\theta)}} + \sqrt{\frac{b_\epsilon(\theta)}{b(\theta)} \left[1 - \frac{b_\epsilon(\theta)}{b(\theta)} \right]} \right\} \delta.$$

Будем рассматривать элероны с прямолинейными очертаниями на трапецевидных крыльях (фиг. 11).

В этом случае закон изменения хорды элерона по размаху крыла будет определяться из формулы:

$$b_\epsilon = b_{\epsilon,к} (1 \mp \xi_\epsilon \cos \theta); \quad (28)$$

знак минус берется для левой половины крыла, плюс — для правой.

Здесь $b_{\epsilon,к}$ — отрезок (условная корневая хорда элерона), отсекаемый задней кромкой крыла и продолжением оси вращения элерона на центральной хорде (фиг. 11);

ξ_ϵ — параметр сужения элерона, определяемый из формулы

$$\xi_\epsilon = \frac{b_{\epsilon,к} - b_{\epsilon,о}}{b_{\epsilon,к}},$$

$b_{\epsilon,о}$ — хорда элерона в концевом сечении крыла.

Примечание. 1. Если при продолжении оси элерона до пересечения с продольной осью самолета она пересечет заднюю кромку крыла, т. е. будет давать отрезок $b_{\epsilon,к}$ вне хорды корневого сечения, то $b_{\epsilon,к}$ условно берется отрицательным (фиг. 11). 2. Если $b_{\epsilon,к}$ окажется равным нулю, то закон хорды элерона будет ¹:

$$b_\epsilon = b_{\epsilon,о} \cos \theta.$$

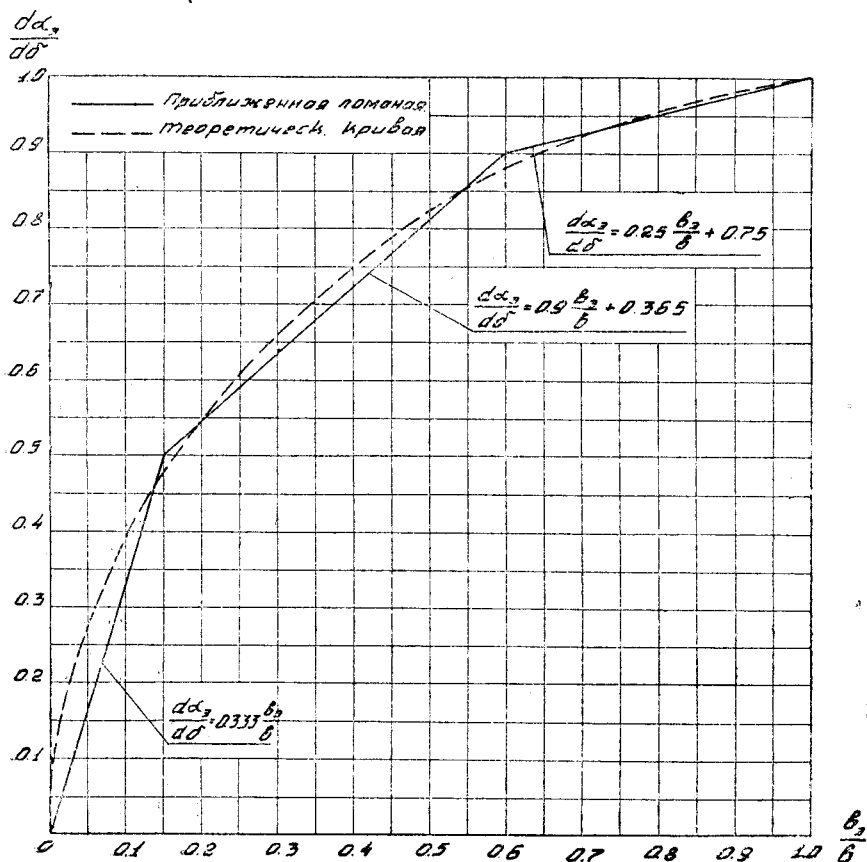
Если принять во внимание законы изменения хорды элерона (28), хорды крыла и эффективного угла атаки вдоль размаха, то выражение (23) перепишется так:

¹ Ниже для этого случая приводятся отдельно формулы для $B_{m\epsilon}$.

$$B_{m_3} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{2}{\pi} \left\{ \arcsin \sqrt{\frac{b_{3,к}(1 \mp \xi_3 \cos \Theta)}{b_k(1 \mp \xi \cos \Theta)}} + \right. \\ \left. + \sqrt{\frac{b_{3,к}(1 \mp \xi_3 \cos \Theta)}{b_k(1 \mp \xi \cos \Theta)}} \left[1 - \frac{b_{3,к}(1 \mp \xi_3 \cos \Theta)}{b_k(1 \mp \xi \cos \Theta)} \right] \right\} \delta \times \\ \times (1 \mp \xi \cos \Theta) \sin m \Theta \sin \Theta d\Theta. \quad (29)$$

Так как подынтегральную функцию выражения (29) точно аналитически проинтегрировать не представляется возможным, поэтому заменим кривую $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ ломаной, как показано на фиг. 12. Тогда для каждого участка можно написать следующую аналитическую зависимость:

$$\alpha_3(\Theta) = \begin{cases} 3,33 \frac{b_3}{b} \delta & \text{для } 0 \leq \frac{b_3}{b} \leq 0,15; \\ \left(0,9 \frac{b_3}{b} + 0,365 \right) \delta & \text{для } 0,15 \leq \frac{b_3}{b} \leq 0,60; \\ \left(0,25 \frac{b_3}{b} + 0,75 \right) \delta & \text{для } 0,6 \leq \frac{b_3}{b} \leq 1,00. \end{cases}$$



Фиг. 12. Числовые значения $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$ в функции $\frac{b_3}{b}$

И, следовательно, коэффициент $B_{m\vartheta}$ будет:

$$B_{m\vartheta} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \left(k \frac{b_{\vartheta}(\Theta)}{b(\Theta)} + d \right) \frac{b(\Theta)}{b_k} \sin \Theta \sin m\Theta d\Theta.$$

Но ввиду антисимметричности подынтегральной функции при четном m и симметричности ее при нечетном m будем иметь:

$$B_{m\vartheta} = (\vartheta_1 \pm \vartheta_2) \frac{4}{\pi} \int_0^{\pi/2} \left(k \frac{b_{\vartheta}}{b} + d \right) \frac{b(\Theta)}{b_k} \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta,$$

где знак плюс для m четных;

знак минус для m нечетных;

ϑ_1 — угол отклонения элерона на левой половине крыла;

ϑ_2 — угол отклонения элерона на правой половине крыла.

Интегрирование произведем по участкам, тогда будем иметь:

$$\begin{aligned} B_{m\vartheta} &= (\vartheta_1 \pm \vartheta_2) \frac{4}{\pi} \left\{ \int_{\Theta_{к.э}}^{\Theta_1} \left(k_1 \frac{b_{\vartheta}(\Theta)}{b(\Theta)} + d_1 \right) \frac{b(\Theta)}{b_k} \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta + \right. \\ &\quad + \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \left(k_2 \frac{b_{\vartheta}(\Theta)}{b(\Theta)} + d_2 \right) \frac{b(\Theta)}{b_k} \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta + \\ &\quad \left. + \int_{\Theta_2}^{\Theta_{н.э}} \left(k_3 \frac{b_{\vartheta}(\Theta)}{b(\Theta)} + d_3 \right) \frac{b(\Theta)}{b_k} \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta \right\} = \\ &= (\vartheta_1 \pm \vartheta_2) \frac{4}{\pi} \left\{ \int_{\Theta_{к.э}}^{\Theta_1} \left[k_1 \frac{b_{\vartheta.к}}{b_k} (1 - \xi_{\vartheta} \cos \Theta) + d_1 (1 - \xi \cos \Theta) \right] \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta + \right. \\ &\quad + \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \left[k_2 \frac{b_{\vartheta.к}}{b_k} (1 - \xi_{\vartheta} \cos \Theta) + d_2 (1 - \xi \cos \Theta) \right] \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta + \\ &\quad \left. + \int_{\Theta_2}^{\Theta_{н.э}} \left[k_3 \frac{b_{\vartheta.к}}{b_k} (1 - \xi_{\vartheta} \cos \Theta) + d_3 (1 - \xi \cos \Theta) \right] \sin m\Theta \sin \Theta d\Theta \right\}, \quad (30) \end{aligned}$$

где k_1, k_2, k_3 и d_1, d_2, d_3 суть угловые коэффициенты и свободные члены отрезков прямых $\frac{dx_{\vartheta}}{d\vartheta}$, соответствующих отношению $\frac{b_{\vartheta}}{b}$ соответственно в интервалах:

$$\Theta_{к.э} \leq \Theta \leq \Theta_1, \quad \Theta_1 \leq \Theta \leq \Theta_2, \quad \Theta_2 \leq \Theta \leq \Theta_{н.э}$$

Θ_1 и Θ_2 — координаты по размаху крыла в тех сечениях, где отношение хорды элерона к хорде крыла $\left(\frac{b_{\vartheta}}{b} \right)$ принимает значения, соответствующие излому кривой $\frac{dx_{\vartheta}}{d\vartheta}$ (фиг. 12).

Сделав тригонометрические преобразования выражения (30), получим:

$$\begin{aligned}
 B_{m\vartheta} = & (\delta_1 \pm \delta_2) \frac{2}{\pi} \left\{ \int_{\Theta_{K, \vartheta}}^{\Theta_1} \left[k_1 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} + d_1 \right] [\cos(m-1)\Theta - \cos(m+1)\Theta] d\Theta - \right. \\
 & - \int_{\Theta_{K, \vartheta}}^{\Theta_1} \left[k_1 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} \xi_{\vartheta} + d_1 \xi \right] \frac{1}{2} [\cos(m-2)\Theta - \cos(m+2)\Theta] d\Theta + \\
 & + \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \left[k_2 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} + d_2 \right] [\cos(m-1)\Theta - \cos(m+1)\Theta] d\Theta - \\
 & - \int_{\Theta_1}^{\Theta_2} \left[k_2 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} \xi_{\vartheta} + d_2 \xi \right] \frac{1}{2} [\cos(m-2)\Theta - \cos(m+2)\Theta] d\Theta + \\
 & + \int_{\Theta_2}^{\Theta_{H, \vartheta}} \left[k_3 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} + d_3 \right] [\cos(m-1)\Theta - \cos(m+1)\Theta] d\Theta - \\
 & - \int_{\Theta_2}^{\Theta_{H, \vartheta}} \left[k_3 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} \xi_{\vartheta} + d_3 \xi \right] \frac{1}{2} [\cos(m-2)\Theta - \cos(m+2)\Theta] d\Theta \left. \right\}.
 \end{aligned}$$

Проинтегрировав и сделав преобразования, будем иметь окончательно выражение для определения коэффициентов $B_{m\vartheta}$ — правых частей системы уравнений

$$\begin{aligned}
 m \neq 2 \\
 B_{m\vartheta} = & (\delta_1 \pm \delta_2) \frac{2}{\pi} \left\{ -2 \left[k_1 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} + d_1 \right] I_{m\pm 1}^{\Theta_{K, \vartheta}} + \right. \\
 & + \left[k_1 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} \xi_{\vartheta} + d_1 \xi \right] I_{m\pm 2}^{\Theta_{K, \vartheta}} + 2 \left[\frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} (k_1 - k_2) + d_1 - d_2 \right] I_{m\pm 1}^{\Theta_1} - \\
 & - \left[\xi_{\vartheta} \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} (k_1 - k_2) + \xi (d_1 - d_2) \right] I_{m\pm 2}^{\Theta_1} + 2 \left[\frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} (k_2 - k_3) + d_2 - d_3 \right] I_{m\pm 1}^{\Theta_2} - \\
 & - \left[\xi_{\vartheta} \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} (k_2 - k_3) + \xi (d_2 - d_3) \right] I_{m\pm 2}^{\Theta_2} + 2 \left[k_3 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} + d_3 \right] I_{m\pm 1}^{\Theta_{H, \vartheta}} - \\
 & - \left[k_3 \frac{b_{\vartheta, K}}{b_K} \xi_{\vartheta} + d_3 \xi \right] I_{m\pm 2}^{\Theta_{H, \vartheta}} \left. \right\}; \quad (30')
 \end{aligned}$$

для $m=2$ в формулу (30') вместо $I_{m\pm 2}^{\Theta_i}$ следует вставить $\Theta_i - \sin \Theta_i$, где для краткости приняты следующие обозначения:

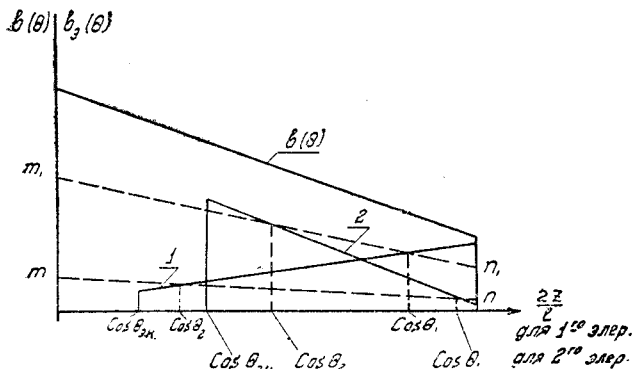
$$\begin{aligned}
 I_{m\pm 1}^{\Theta_i} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m-1)\Theta_i}{m-1} - \frac{\sin(m+1)\Theta_i}{m+1} \right]; \\
 I_{m\pm 2}^{\Theta_i} &= \frac{1}{2} \left[\frac{\sin(m-2)\Theta_i}{m-2} - \frac{\sin(m+2)\Theta_i}{m+2} \right].
 \end{aligned}$$

Индекс i принимает значения 1, 2, K, ϑ и H, ϑ ; численные значения $I_{m\pm 1}^{\Theta_i}$ и $I_{m\pm 2}^{\Theta_i}$ удобно определять из графика фиг. 16 и 17 приложения.

необходимо знать значения величин: $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_{н.э}, \Theta_{к.э}, k_1, k_2, k_3$ и d_1, d_2, d_3 , которые определяются по нижеприведенной схеме.

Порядок определения величин: Θ_1 , Θ_2 , k_1 , k_2 , k_3 и d_1 , d_2 , d_3 .

1. Строится график закона хорды крыла и закона хорды элерона по

$$E(\theta)/E_0(\theta) \quad \frac{2z}{l} \text{ или } \cos \theta \text{ (фиг. 13).}$$


Фиг. 13

2. Проводятся две вспомогательные прямые $0,15b$ и $0,6b$.

3. Из точек пересечения прямых $0,15b$ и $0,6b$ с прямой закона хорды элерона опускаются перпендикуляры на ось абсцисс, где фиксируются $\cos \Theta_1$ и $\cos \Theta_2$, начиная с конца крыла.

4. На участках, где прямая закона хорды элерона проходит между прямыми: осью абсцисс и $m\eta$; $m\eta$ и $m_1\eta$; $m_1\eta$ и $b(\Theta)$ (фиг. 13); для эффек-

тивного угла атаки $\alpha_0(\theta)$ в этих участках будут справедливы соответственно следующие зависимости:

$$\alpha_3(\Theta) = \begin{cases} \left(k \frac{b_3}{b} + d\right) \delta = 3,33 \frac{b_3}{b} \delta, \\ \left(k \frac{b_3}{b} + d\right) \delta = \left(0,9 \frac{b_3}{b} + 0,365\right) \delta, \\ \left(k \frac{b_3}{b} + d\right) \delta = \left(0,25 \frac{b_3}{b} + 0,75\right) \delta \end{cases} \quad (31)$$

и, следовательно, в выражение (30') вместо k_1, k_2, k_3 и d_1, d_2, d_3 подставляются значения из (31) в зависимости от отношения хорды элерона к хорде крыла соответственно в интервалах:

$$\Theta_{K, \Theta} \leq \Theta \leq \Theta_1, \quad \Theta_1 \leq \Theta \leq \Theta_2, \quad \Theta_2 \leq \Theta \leq \Theta_{H, \Theta}.$$

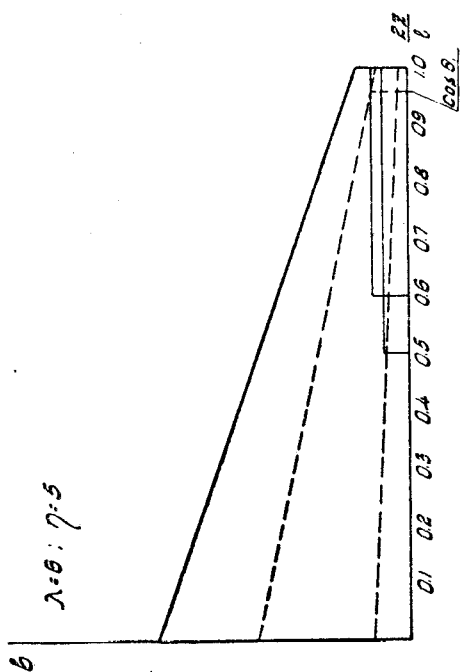
Если прямая закона хорды не будет пересекаться с прямыми mn , m_1n_1 , то k_2 и k_3 и d_2 и d_3 принимаются равными нулю; если пересечение прямой закона хорды будет происходить только с одной прямой, то тогда только k_3 и d_3 принимаются равными нулю.

Если при продолжении оси вращения элерона до корневой хорды она пересечется с линией задней кромки крыла на корневой хорде, т. е. будет давать отрезок на корневой хорде равный нулю ($b_{э.к}=0$), то в этом случае закон изменения хорды элерона по размаху крыла будет определяться из выражения:

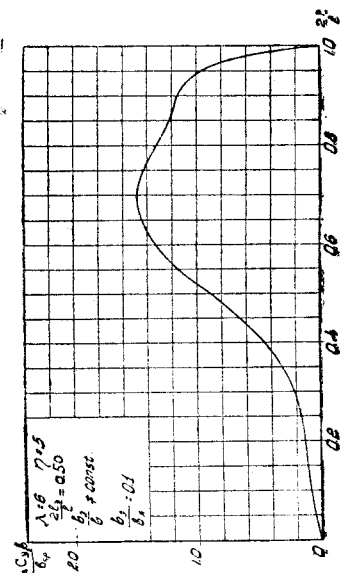
$$b_{\theta} = b_{0\theta} \cos \theta \quad \text{для} \quad \theta_{н.э} \leq \theta \leq \theta_{к.э}$$

и коэффициент B_{m_3} будет определяться из следующего выражения:

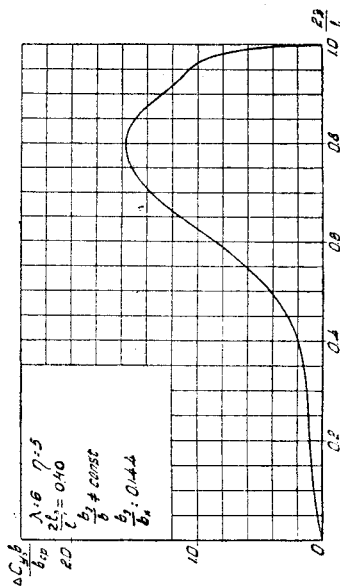
$$B_{m_3} = (\delta_1 \pm \delta_2) \frac{2}{\pi} \left\{ -2d_1 I_{m \pm 1}^{\Theta_{K,3}} + \left[k_1 \frac{b_{0,3}}{b_K} + d_1 \xi \right] I_{m \pm 2}^{\Theta_{K,3}} + 2[d_1 - d_2] I_{m \pm 1}^{\Theta_1} - \right. \\ \left. - \left[\frac{b_{0,3}}{b_K} (k_1 - k_2) + \xi (d_1 - d_2) \right] I_{m \pm 2}^{\Theta_1} + 2[d_2 - d_3] I_{m \pm 1}^{\Theta_2} - \right. \\ \left. - \left[\frac{b_{0,3}}{b_K} (k_2 - k_3) + \xi (d_2 - d_3) \right] I_{m \pm 2}^{\Theta_2} + 2d_3 I_{m \pm 1}^{\Theta_{H,3}} - \left[k_3 \frac{b_{0,3}}{b_K} + d_3 \xi \right] I_{m \pm 2}^{\Theta_{H,3}} \right\}. \quad (32)$$



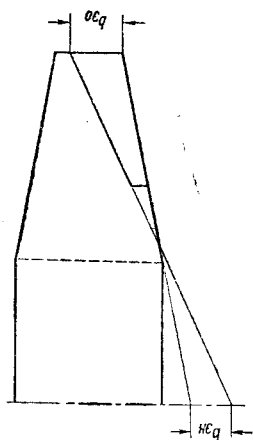
Фиг. 15. Трапецевидное крыло



Фиг. 16. Распределение нагрузки по полуразмаху трапецевидного крыла от элеронов переменной относительной глубины



Фиг. 17. Распределение нагрузки по полуразмаху трапецевидного крыла от элеронов переменной относительной глубины



Фиг. 14

Таким образом, при помощи формул (30') и (32) мы имеем возможность определять правые части систем уравнений для случая любой формы элеронов, имеющих прямолинейные очертания на трапецевидных крыльях.

А этого уже достаточно, чтобы определить коэффициенты разложения циркуляции в тригонометрический ряд, при помощи которых можно легко определить все аэродинамические характеристики крыла с отклоненными элеронами.

Формулы (30') и (32) могут быть применены и к крылу трапецевидному с прямоугольным центропланом, если условную корневую хорду элерона ($b_{э.к}$) будем брать как отрезок, отсекаемый на продольной оси крыла прямыми: осью элерона и продолжением задней кромки трапецевидной консоли крыла (фиг. 14).

¹ При пользовании диаграммами фиг. 16 и 17 приложения индекс m следует заменить индексом n .

Пользуясь этими формулами, нами были рассчитаны два трапецевидных крыла с отклоненными элеронами переменной относительной глубины (фиг. 15).

Результаты расчетов нанесены на диаграмму фиг. 16 и 17 в форме $\left(\frac{\Delta c_{y\text{ э}} b}{b_{\text{ср}}}\right)$ относительной нагрузки от элеронов по полуразмаху крыла.

III. ОСНОВНЫЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРЫЛА С ОТКЛОНЕННЫМИ ЭЛЕРОНАМИ

I. Момент крена. Вследствие несимметричного распределения циркуляции при отклонении элеронов в противоположные стороны возникает момент относительно продольной оси самолета, который определяется из выражения:

$$M_x = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho V \Gamma(z) z dz = -q \frac{l^3}{2} \mu_k \int_0^\pi \sum_n A_n \sin n\theta \sin 2\theta d\theta. \quad (33)$$

Интегрируя, получим¹:

$$M_x = -\frac{\pi}{4} q l^3 \mu_k A_2 \quad (33')$$

и, следовательно, коэффициент момента крена будет:

$$c_{mx} = -\frac{\pi}{4} \lambda \mu_k A_2.$$

Как видно из выражения (33'), момент крена зависит исключительно от коэффициента A_2 ; все же остальные коэффициенты разложения (3) изменяют распределение циркуляции по размаху крыла, не меняя при этом общей величины момента крена.

2. Индуктивное сопротивление. Индуктивное сопротивление определяется по формуле:

$$Q_i = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho w \Gamma(z) dz,$$

где индуцированная скорость w определяется из формулы

$$w = V \mu_k \sum_n n A_n \frac{\sin n\theta}{\sin \theta}. \quad (34)$$

Принимая во внимание (34), будем иметь:

$$Q_i = \int_0^\pi l^2 \rho V^2 \mu_k^2 \sum_n n A_n \sin n\theta \sum_n A_n \sin n\theta d\theta = \mu_k^2 \pi l^2 q \sum_n n A_n^2.$$

Индуктивное сопротивление крыла с отклоненным элероном может быть представлено в таком виде:

$$Q_i = \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n A_n^2_{\text{пл}} + \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n A_n^2_{\text{э2}}, \quad (35)$$

¹ Знак минус, стоящий перед формулой, соответствует выбору направления осей и направления отклонения элеронов.

где $A_{n_{\varepsilon_2}}$ — коэффициенты от элеронов с четными индексами.

Первое слагаемое (35) представляет собой индуктивное сопротивление крыла при нейтральных элеронах, второе — индуктивное сопротивление, вызванное отклонением элеронов.

Формула индуктивного сопротивления еще может быть записана так:

$$Q_i = \frac{c_y^2 q S}{\pi k} (1 + \sigma) + \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n A_n^2, \quad (36)$$

где

$$1 + \sigma = \frac{\sum_n n A_n^2}{A^2}.$$

Формула (35) справедлива только для равно отклоненных элеронов, для дифференциально-отклоненных элеронов будет:

$$Q_i = \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n (A_{n_{пл}} + A_{n_{\varepsilon_1}})^2 + \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n A_{n_{\varepsilon_2}}^2. \quad (37)$$

3. Индуктивный момент рысканья. При отклонении элеронов вследствие нарушения симметричности распределения циркуляции вдоль размаха крыла нарушается также симметричность индуктивного сопротивления, за счет чего и создается момент относительно вертикальной оси. Таким образом, при отклонении элеронов помимо момента крена возникает момент около вертикальной оси — момент рысканья.

Момент рысканья определяется из выражения:

$$M_{yi} = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho \Gamma(z) w z dz. \quad (38)$$

Принимая во внимание (2), (3) и (34), будем иметь:

$$M_{yi} = - q l^3 \mu_k^2 \int_0^\pi \sum_{n=1}^\infty n A_n \sin n \theta \sum_{n=1}^\infty A_n \sin n \theta \cos \theta d\theta. \quad (39)$$

Сделав тригонометрическое преобразование, интегрируя и подставляя пределы, получим:

$$\begin{aligned} M_{yi} &= - \frac{\pi}{4} q l^3 \mu_k^2 \sum_n [(n+1) A_{n+1} A_n + (n-1) A_{n-1} A_n] = \\ &= - \frac{\pi}{4} q l^3 \mu_k^2 \sum_n (2n+1) A_n A_{n+1}. \end{aligned} \quad (40)$$

Коэффициент индуктивного момента рысканья напишется так:

$$c_{myi} = - \frac{\pi}{4} \lambda \mu_k^2 \sum_n (2n+1) A_n A_{n+1}. \quad (41)$$

4. Отношение момента рысканья к моменту крена. Это отношение получаем делением (40) на (33'):

$$\begin{aligned} \frac{M_{yi}}{M_x} &= \frac{c_{myi}}{c_{mx}} = \mu_k \frac{\sum_n (2n+1) A_n A_{n+1}}{A_2} = \\ &= \mu_k \left(3A_1 + 5A_3 + 7A_5 + \dots + (2k+1) A_k \frac{A_{k+1}}{A_2} + \dots \right). \end{aligned} \quad (42)$$

Как видим из выражения (42), отношение индуктивного момента рысканья к моменту крена не зависит от угла отклонения элерона, а зависит исключительно от угла атаки формы крыла и формы и размеров элеронов.

5. Подъемная сила. Общая подъемная сила выражается хорошо известной формулой:

$$P = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho V \Gamma(z) dz = \int_0^{\pi} 2ql^2 \mu_k \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin n\theta \sin \theta d\theta.$$

Интегрируя, получим:

$$P = \pi ql^2 \mu_k A_{1_{пл}}. \quad (43)$$

Коэффициент подъемной силы всего крыла будет:

$$c_{y_{кр}} = \pi \lambda \mu_k A_{1_{пл}}.$$

Как видно из выражения (43), подъемная сила определяется только значением первого коэффициента ряда, остальные члены перераспределяют циркуляцию вдоль размаха крыла. При отклонении элеронов дифференциальном или в одну сторону подъемная сила будет определяться по формуле:

$$P = \pi ql^2 \mu_k (A_{1_{пл}} + A_{1_э}). \quad (44)$$

6. Приращение подъемной силы на полуразмахе при отклонении элеронов. Отклонение элерона от нейтрального положения вызывает увеличение или уменьшение подъемной силы на полуразмахе, хотя при равных отклонениях их в противоположные стороны приращение подъемной силы на всем крыле будет равно нулю.

Приращение подъемной силы на полуразмахе от отклонения элеронов будет:

$$\Delta P_э = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho V \Gamma_э(z) dz.$$

Принимая во внимание (2) и (3), будем иметь:

$$\Delta P_э = 2ql^2 \mu_k \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sum_n A_{n_э} \sin n\theta \sin \theta d\theta;$$

для n четных

$$\Delta P_э = ql^2 \mu_k \sum_n A_{n_э} (-1)^{\frac{n}{2}+1} \frac{2n}{n^2-1}$$

или

$$\Delta P_э = ql^2 \mu_k R_2, \quad (45)$$

где

$$R_2 = \sum_n A_{n_э} (-1)^{\frac{n}{2}+1} \frac{2n}{n^2-1};$$

для n нечетных

$$\Delta P_э = \frac{\pi}{2} ql^2 \mu_k A_{1_э}. \quad (46)$$

Влияние формы крыла и элерона на аэродинамические характеристики. Выше мы привели основные аэродинамические характеристики крыла с элеронами, зависящие от коэффициентов $A_{n_э}$, по-

следние в свою очередь зависят от формы крыла в плане и формы и величины элеронов.

Поэтому вычислительная часть настоящей работы имела своей целью:

1. Определить неизвестные коэффициенты A_{λ} разложения (3) в зависимости от формы крыла в плане, формы и размеров элеронов.

2. Исследовать влияние на аэродинамические характеристики крыла различных параметров крыла и элеронов.

3. Предоставить конструкторским бюро графики в простом и удобном виде для предварительного выбора размеров элеронов в зависимости от формы крыла и назначения самолета и определения их действия на крыло.

В качестве параметров принято: удлинение — $\lambda = \frac{l^2}{S}$, сужение — $\eta = \frac{b_k}{b_0}$ и относительная длина элерона — $\frac{2l_e}{l}$.

Вычисления производились для класса трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами со следующими значениями параметров:

удлинение крыла — $\lambda = 5, 7, 10$

сужение крыла — $\eta = 1, 2, 3, 4, 5$

относительная длина элерона — $\frac{2l_e}{l} = 0,25, 0,50, 0,75$

$\alpha_0 = \left(\frac{\partial c_y}{\partial \alpha} \right)_{\infty}$ принималось равным — 5,52

Кроме того, в расчетах принимались следующие ограничения:

1) элероны имеют постоянную относительную хорду — $\frac{b_e}{b} = \text{const}$;

2) элероны распространены до конца полуразмаха;

3) отклонение элеронов недифференциальное.

Решалась четная система (10) с шестью уравнениями, где в правых частях принят эффективный угол атаки:

$$\alpha_{e_1} = \alpha_{e_2} = \alpha_e = \frac{1}{2}.$$

Результаты расчетных данных приведены в табл. I—IX и нанесены на диаграммах фиг. 30—35 в безразмерной форме для $2\alpha_e = 1$.

Сравнение с экспериментом

Известно, что распределение циркуляции по плоскому крылу, определенной по теории индуктивного сопротивления, дает хорошую согласованность с данными эксперимента.

Нами был просчитан класс крыльев с отклоненными элеронами и определены их основные аэродинамические характеристики, которые представлены в виде диаграмм и таблиц.

Для использования приведенных теоретических данных на практике необходимо знать, как эти данные согласуются с данными эксперимента.

С этой целью нами был произведен ряд сравнений теоретических данных с данными эксперимента для трапецевидных крыльев разного сужения и разных размеров элеронов¹. В число сравнений вошли также

¹ F. Weick and Carl Wenzinger. Wind-tunnel research comparing lateral control devices, particularly at high angles of attack. IX Tapered wings with ordinary ailerons T. N. № 449, NACA, 1933.

F. Weick and Carl Wenzinger. Wind-tunnel research comparing lateral control devices. NACA Techn. Report 419, 1932.

А. И. Сильман. Исследование эффективности элеронов малой площади на двух крыльях с различными профилями. Техн. зам. ЦАГИ № 122, 1936 г.

четыре трапецевидных крыла и три прямоугольных крыла, испытанных в 7×10 -футовой трубе НАСА.

Кроме того, в число сравнений вошли модели самолетов с трапецевидными крыльями, продутые в аэродинамических трубах ЦАГИ, материал по которым не опубликован.

Эти сравнения сделаны, главным образом, для момента крена и частично для момента рысканья, для углов отклонения $\delta = 10, 15, 20, 25, 30$ и 35° и углов атаки от 0 до 10° .

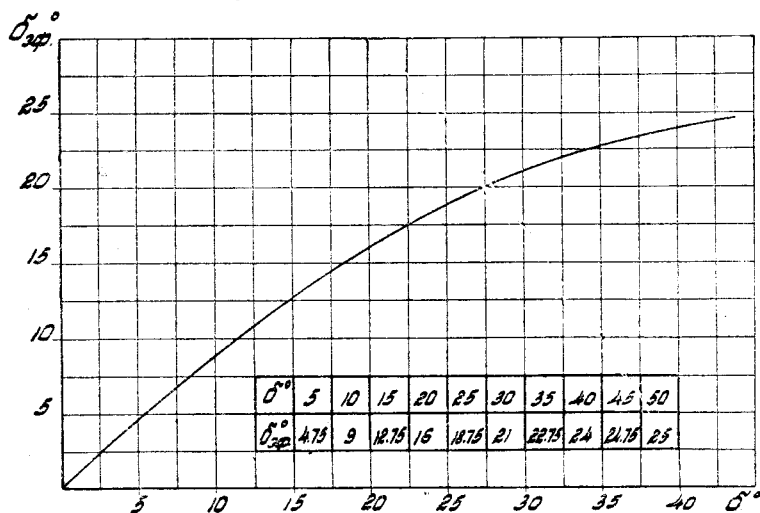
Для определения эффективного угла атаки (α_3) была использована формула (20) теории тонкого профиля с поправкой Ф. Г. Гласса, устраняющая расхождение между экспериментом и теорией для больших углов отклонения элерона (закрылка), так как теория справедлива лишь для малых углов отклонения закрылка, а именно, формула, имеющая вид:

$$\alpha_3 = \frac{\pi - \Phi + \sin \Phi}{\pi} \delta_{\text{эф}},$$

где $\delta_{\text{эф}}$ — эффективный угол отклонения элерона

$$\delta_{\text{эф}} = \delta - \frac{\delta^2}{100}.$$

Эта зависимость между $\delta_{\text{эф}}$ и δ нанесена на диаграмму фиг. 18.



Фиг. 18. Зависимость между δ и $\delta_{\text{эф}}$, $\delta_{\text{эф}}^\circ = \delta^\circ - \frac{\delta^2}{100}$

Теоретическое значение коэффициента момента крена для крыльев с данными размерами элеронов и углом отклонения их определялось из формулы:

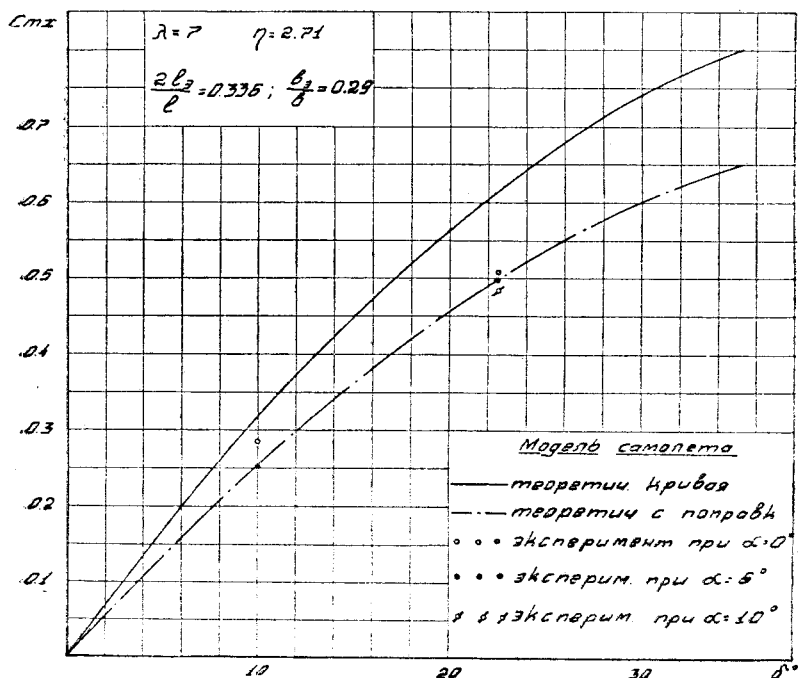
$$c_{mx} = \frac{\pi}{4} \lambda_{\mu_k} \left(\frac{A_2}{2\alpha_3} \right) \frac{d\alpha_3}{d\delta} \frac{2\delta_{\text{эф}}^\circ}{57,3}.$$

На фиг. 19—23 представлены теоретические и экспериментальные кривые момента крена по углу отклонения элерона. Такие сравнения сделаны и с другими экспериментальными результатами, которые здесь в таком виде не приводятся, однако, они приведены ниже на суммарной диаграмме.

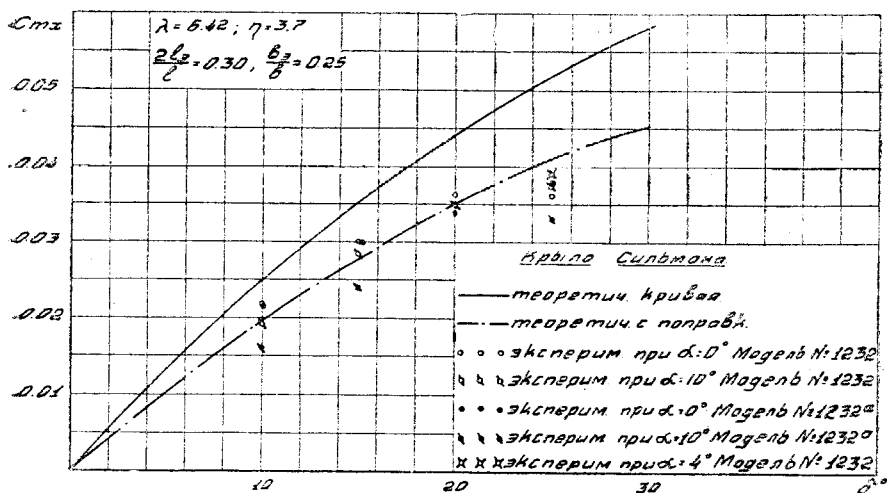
Из этих сравнений видно, что расхождение между теорией и экспериментом, главным образом, зависит от сужения крыла, относительной хорды и относительной длины элерона.

Поэтому, чтобы устранить это расхождение, мы были вынуждены ввести поправки на вышеуказанные параметры: сужение крыла, относительную хорду и относительную длину элерона.

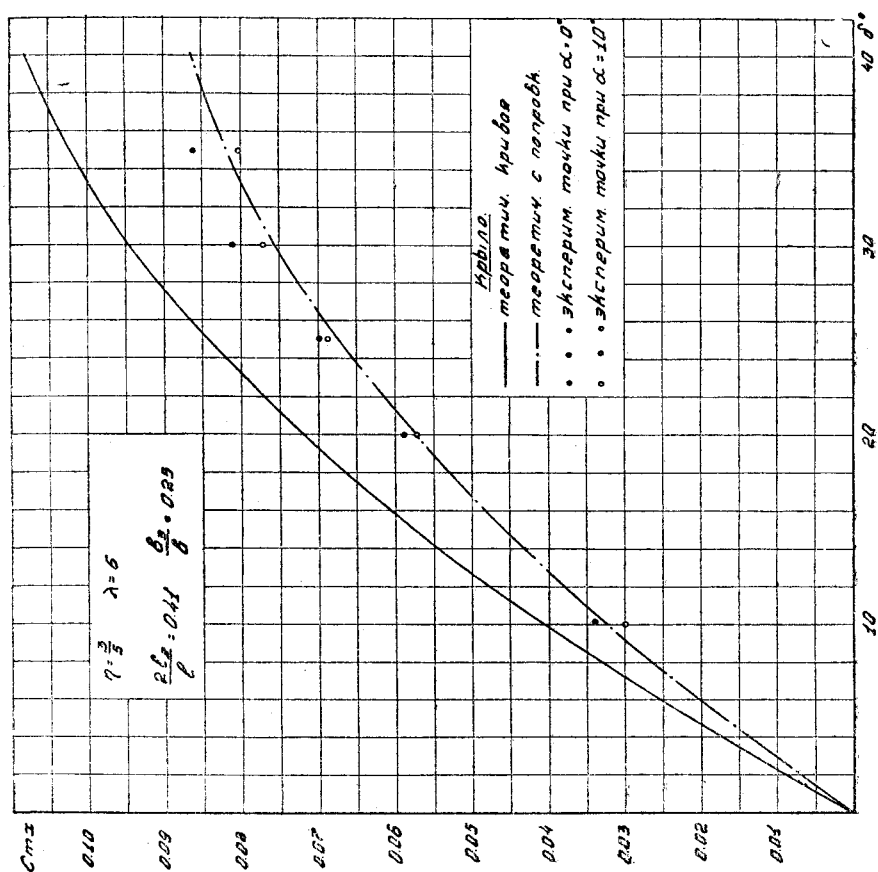
Но здесь следует отметить, что имеющийся в нашем распоряжении экспериментальный материал, к сожалению, частично между собой противоречив. Так, например, по невыясненным причинам опубликованный в Трудах ЦАГИ, вып. 230 экспериментальный результат над моделью-№ 2 крыла с элероном достигает расхождения с экспериментальным результатом над таким же крылом, опубликованном в Трудах ЦАГИ, вып. 183, в 20%. Подобные противоречия, хотя и в меньшей степени, можно наблю-



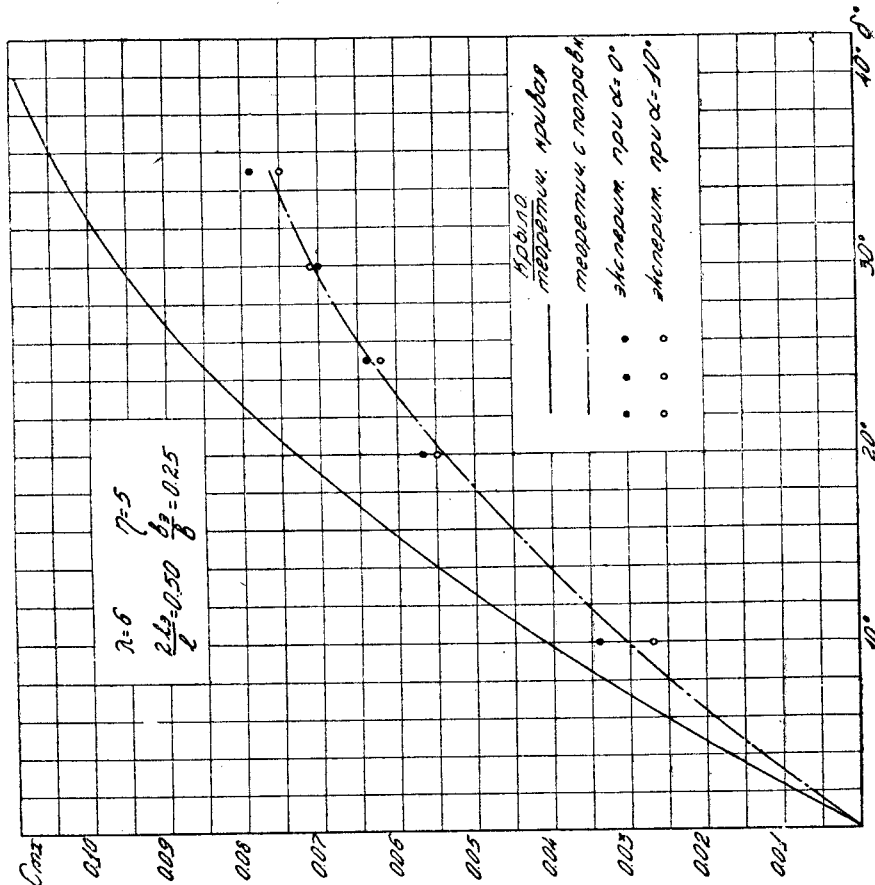
Фиг. 19. Сравнение теоретического коэффициента момента крена с экспериментом



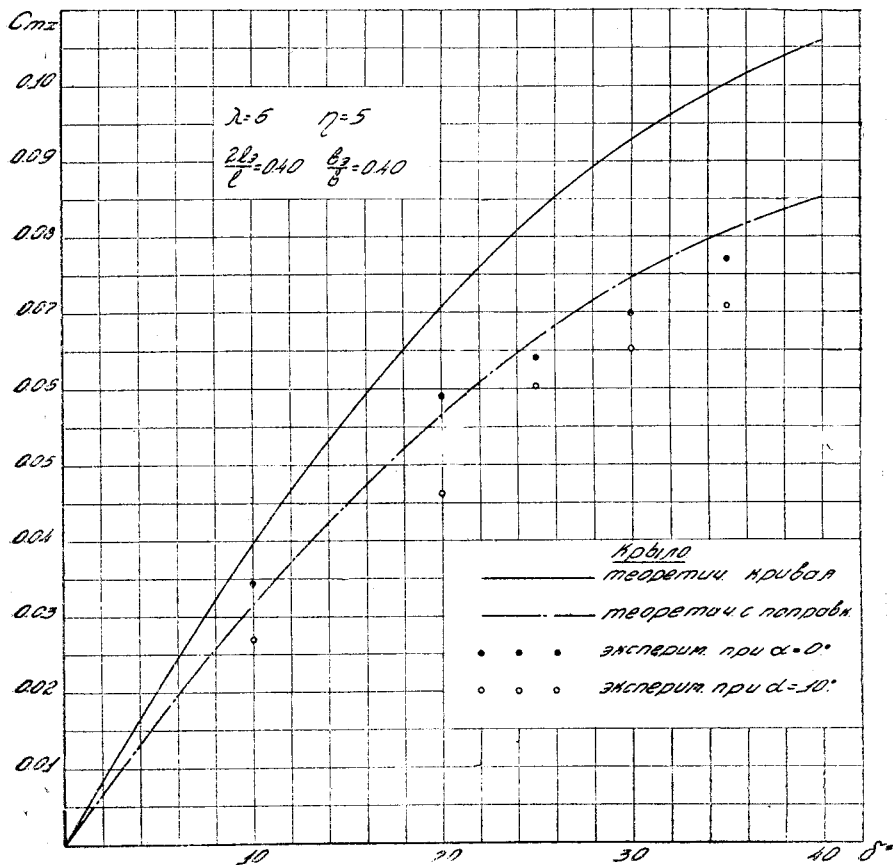
Фиг. 20. Сравнение теоретического коэффициента момента крена с экспериментом



Фиг. 21. Сравнение теоретического коэффициента момента крена с экспериментом



Фиг. 22. Сравнение теоретического коэффициента момента крена с экспериментом



Фиг. 23. Сравнение теоретического коэффициента момента крена с экспериментом

дать и по другим экспериментам. Это обстоятельство вынуждает нас ввести компромиссные поправки, которые могли бы удовлетворить наиболее противоречивым сравниваемым случаям в одинаковой степени. Эти экспериментальные поправки нанесены на фиг. 24 и могут быть выражены аналитически так¹:

$$k_b = 0,45 \frac{b_3}{b} + 0,695 \quad \text{для } 0 \leq \frac{b_3}{b} \leq 0,69;$$

$$k_b = 1 \quad \text{для } 0,69 \leq \frac{b_3}{b} \leq 1;$$

$$k_l = -0,2 \left(\frac{2l_3}{l} \right) + 1,1 \quad \text{для } 0 \leq \frac{2l_3}{l} \leq 0,5;$$

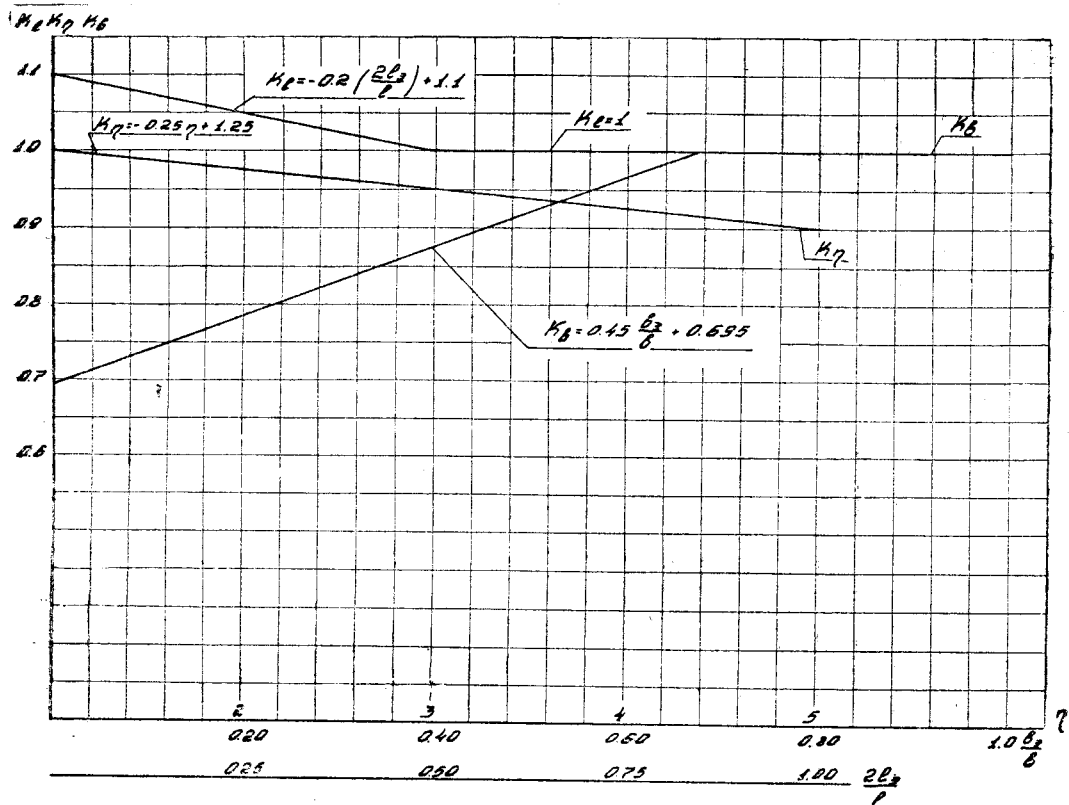
$$k_l = 1 \quad \text{для } 0,5 \leq \frac{2l_3}{l} \leq 1;$$

$$k_\eta = -0,25\eta + 1,25.$$

Будем пользоваться в дальнейшем следующим обозначением:

$$\chi = k_b k_l k_\eta.$$

¹ Введение поправки k_b эквивалентно уменьшению значения $\frac{d\alpha_3}{d\delta}$.



Фиг. 24. График поправочных коэффициентов для теоретического c_{mx}

С учетом вышеприведенных поправок на диаграммы фиг. 19—23 нанесены кривые момента крена, которые, как видим, близко ложатся к экспериментальным точкам.

Сводная диаграмма, иллюстрирующая совпадение расчетного и экспериментального c_{mx} для всех сравниваемых случаев, изображена на фиг. 25 для двух углов отклонения элеронов $\delta = 10^\circ$ и $\delta = 20^\circ$, которая указывает, что максимальное расхождение для одного сравниваемого случая при $\delta = 10^\circ$ не превышает 20%, для всех же остальных случаев сравнения совпадение можно считать вполне удовлетворительным.

Таким образом, для вычисления коэффициента момента крена применима формула с учетом эмпирических поправок; при этом хорда элерона берется до оси вращения

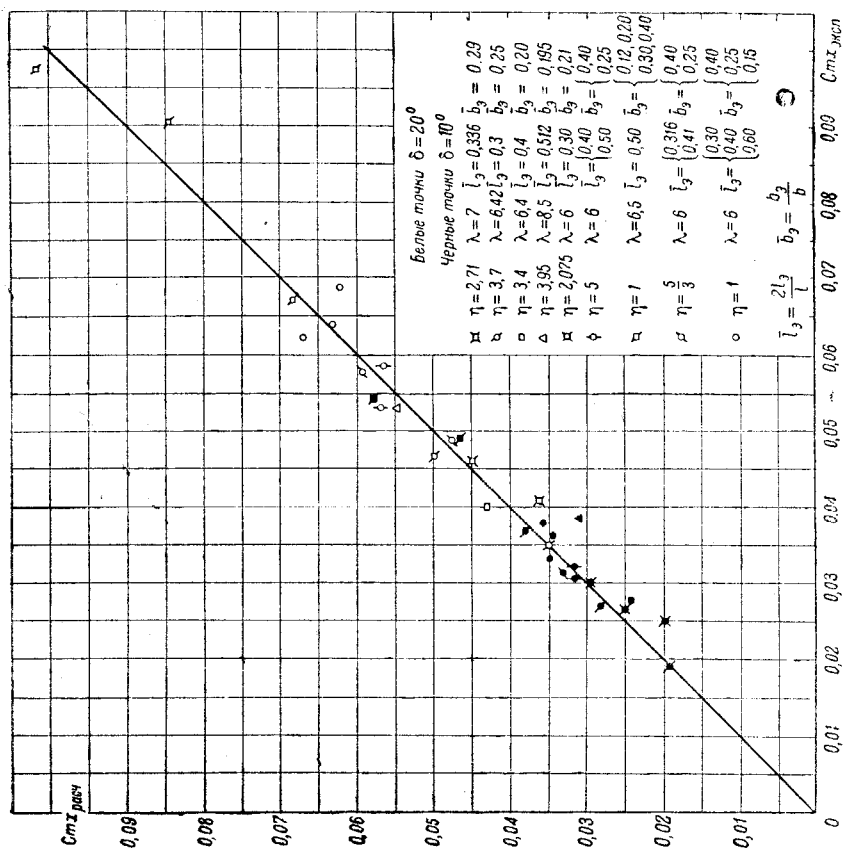
$$c_{mx} = 2\kappa \zeta \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta^\circ}{57,3},$$

где

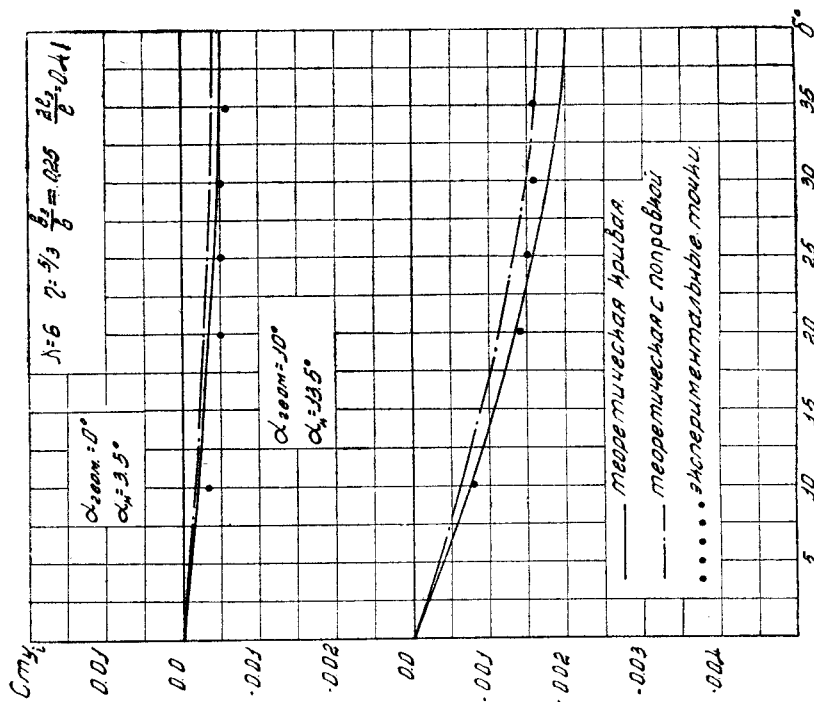
$$\zeta = \frac{\pi}{4} \lambda \mu_\kappa \left(\frac{A_2}{2\alpha_9} \right).$$

Аналогичное сравнение произведено для момента рысканья крыльев, испытанных в 7×10 -футовой трубе NACA для углов отклонения элерона $\delta = 5, 10, 15, 20, 25, 30$ и 35° и углов атаки $\alpha = 0$ и 10° .

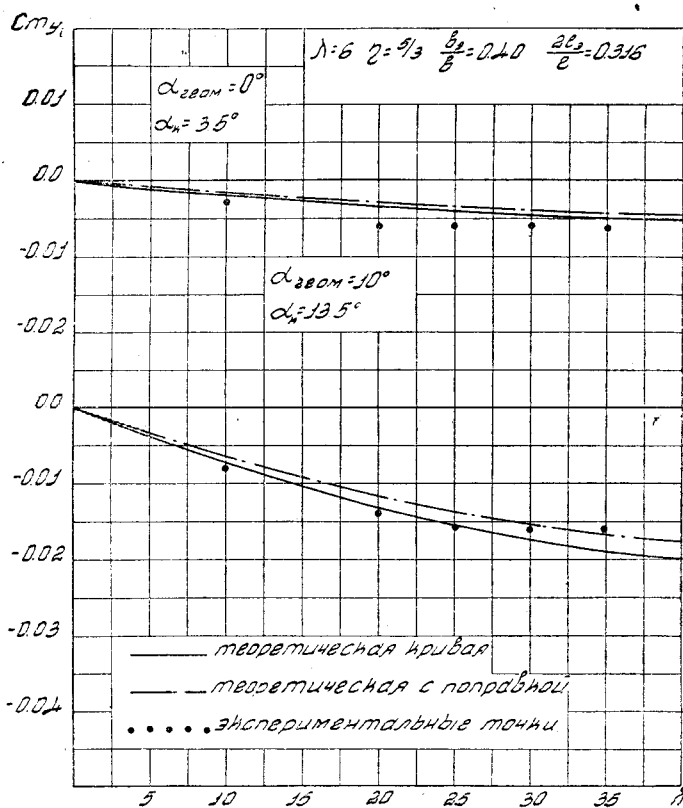
На диаграммах фиг. 26—29 нанесены кривые индуктивного момента рысканья и экспериментальные точки полного момента рысканья (включая



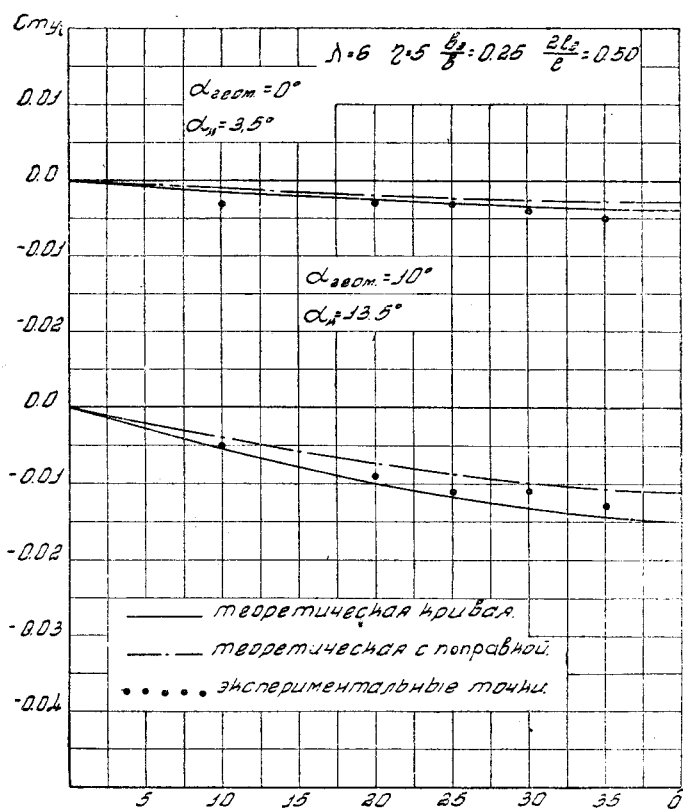
Фиг. 25. Сравнение расчетных значений коэффициента момента крена с экспериментальными



Фиг. 26. Сравнение индуктивного момента рысканья от элеронов трапециевидного крыла с полным экспериментальным значением его

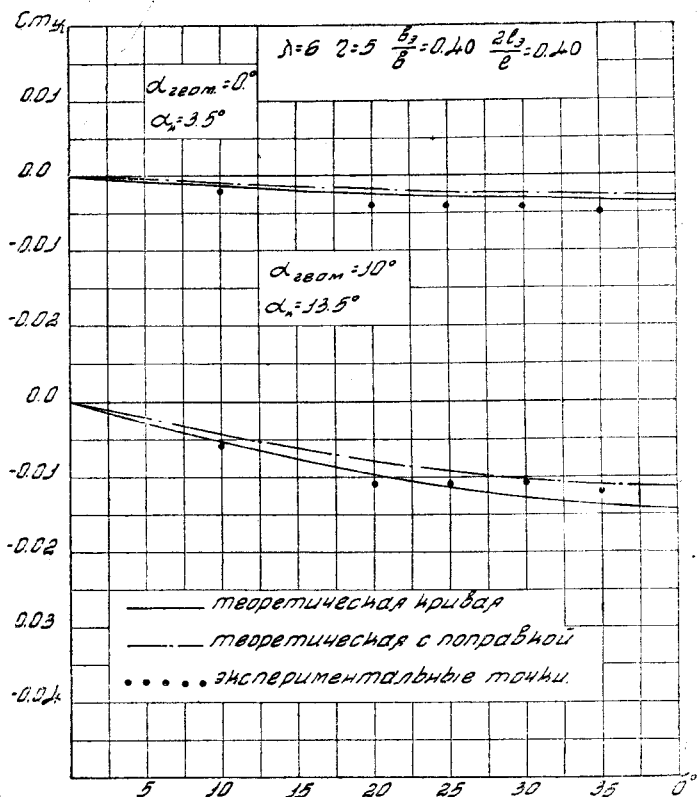


Фиг. 27. Сравнение индуктивного момента рысканья от элеронов трапециевидного крыла с полным экспериментальным значением его



Фиг. 28. Сравнение индуктивного момента рысканья от элеронов трапециевидного крыла с полным экспериментальным значением его

Фиг. 29. Сравнение индуктивного момента рысканья от элеронов трапецевидного крыла с полным экспериментальным значением его



момент рысканья от разности приращения профильных сопротивлений на полуразмах крыла).

Теоретическое значение коэффициента индуктивного момента рысканья для крыла на данном угле атаки с данным элероном и углом отклонения его определялось из выражения:

$$c_{myi} = \frac{\pi}{4} \lambda \mu_k^2 \sum_n \left[(4n+1) \left(\frac{A_{2n+1}}{\alpha_k} \right) \left(\frac{A_{2n}}{2\alpha_9} \right) + \right. \\ \left. + (4n-1) \left(\frac{A_{2n-1}}{\alpha_k} \right) \left(\frac{A_{2n}}{2\alpha_9} \right) \right] 2 \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta_{9\phi}^\circ}{57,3} \frac{\alpha_k^\circ}{57,3},$$

полученного из формулы (40).

Несовпадение экспериментальных данных с теоретическими следует отнести, главным образом, за счет неучета момента рысканья, создаваемого приращением профильных сопротивлений, вызванном отклонением элеронов.

Этот момент может быть определен, если мы будем знать приращение профильных сопротивлений по полуразмаху, по формуле:

$$c_{myr} = \frac{1}{Sl} \int_0^{\frac{l}{2}} (c_{xp}^u - c_{xp}^v) b(z) z dz,$$

где c_{xp}^u — коэффициент профильного сопротивления дужки с элероном по всему размаху, отклоненной вниз на соответствующем истинном угле атаки данного сечения;

c_{xp}^v — то же, для отклоненной вверх закрылка.

Характеристики трапецевидного крыла с отклоненными элеронами

Характеристики трапецевидного крыла при равно отклоненных элеронах с постоянной относительной хордой могут быть определены при помощи нижеприведенных формул, таблиц и графиков в зависимости от параметров крыла, угла атаки, размеров элеронов и угла отклонения их.

1. Распределение относительной нагрузки по полуразмаху в форме $\frac{\Delta c_{y\alpha} b}{b_{cp}}$ представлено формулой при $c_{y_{кр}} = 0$

$$\frac{\Delta c_{y\alpha} b}{b_{cp}} = 4\lambda_{\mu_k} \sum_n \left(\frac{A_n}{2\alpha_{\alpha}} \right) \sin n\theta,$$

значение которой приведено в табл. I, II и III и нанесено на диаграмму фиг. 30. Кривые распределения относительной нагрузки указывают, что эта нагрузка, вызванная отклонением элеронов при равном значении эффективного угла атаки (α_{α}), будет тем больше, чем больше удлинение, относительный размах элеронов и тем меньше, чем больше трапецевидность—сужение.

В табл. IV приведены значения коэффициентов $\left(\frac{A_n}{2\alpha_{\alpha}} \right)$ для рассчитанного класса трапецевидных крыльев.

Для определения действующей нагрузки на крыло от элеронов заданных размеров для соответствующего расчетного случая ординаты кривой $\frac{\Delta c_{y\alpha} b}{b_{cp}}$ умножаются на постоянный множитель:

$$2\lambda q b_{cp} \frac{d\alpha_{\alpha}}{d\delta} \frac{\delta^{\circ}_{эф}}{57,3}.$$

Нагрузка для крыла и элерона с промежуточными параметрами может быть определена при помощи коэффициентов $\left(\frac{A_n}{2\alpha_{\alpha}} \right)$, найденных путем линейной интерполяции.

Эта нагрузка должна быть алгебраически сложена с другими элементарными нагрузками. При помощи этих графиков можно также определить линию центра давления по размаху крыла при отклоненных элеронах. Центр давления для крыла с отклоненными элеронами в любом сечении по размаху будет определяться из выражения:

$$\frac{x_d}{b} = \frac{\partial c_m}{\partial c_y} + \frac{c_{m0} \pm \Delta c_{m0}}{c_y \pm \Delta c_{y\alpha}},$$

где c_y — коэффициент подъемной силы плоского крыла,

$\Delta c_{y\alpha}$ — приращение коэффициента подъемной силы, вызванного отклонением элеронов

$$\Delta c_{y\alpha} = \left(\frac{\Delta c_{y\alpha} b}{b_{cp}} \right) \frac{b_{cp}}{b} 2 \frac{d\alpha_{\alpha}}{d\delta} \frac{\delta^{\circ}_{эф}}{57,3}.$$

2. Момент крена. Коэффициент момента крена определяется из выражения:

$$c_{mx} = 2 \cdot x \cdot \zeta \frac{d\alpha_{\alpha}}{d\delta} \frac{\delta^{\circ}_{эф}}{57,3},$$

где ζ приведено на фиг. 31 и в табл. V;

$\frac{d\alpha_{\alpha}}{d\delta}$ приведено на фиг. 2.

Момент крена будет:

$$M_x = c_{mx} q S l.$$

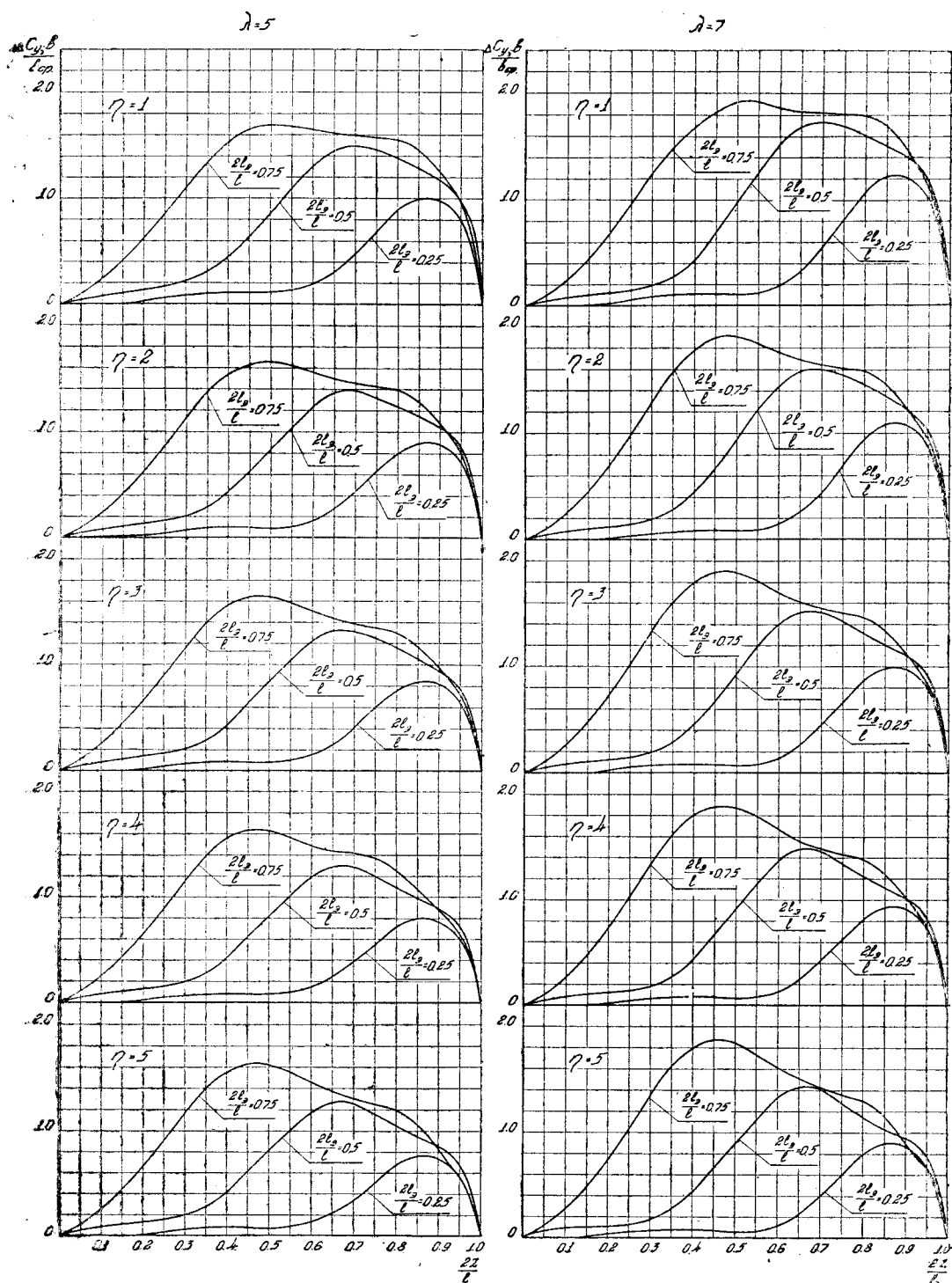
Значения нагрузки $\frac{\Delta c_{y, \text{ср}} b}{b_{\text{ср}}}$ по полуразмаху крыла от элеронов для $2\alpha_0 = 1$
 $\lambda = 5$

$\frac{2l_0}{l}$ $\frac{2z}{l}$	$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
	—	0,0099	0,0811	0,2412	0,0059	0,0810	0,2459	—	0,0040	0,0836	0,2508	—	0,0177	0,0830	0,2508
0,1	—	0,0026	0,1303	0,6221	0,0236	0,1303	0,6383	—	0,0239	0,1333	0,6506	—	0,0238	0,1289	0,6536
0,2	0,0811	0,2103	1,1161	0,736	0,2083	1,1411	0,6997	0,2087	0,6997	1,1575	1,6332	0,6671	0,6880	1,1996	1,6632
0,3	0,1110	0,4460	1,5307	1,5307	0,9979	1,5307	1,5423	0,8894	0,8894	1,5484	2,1518	0,8894	0,8857	1,5419	2,1518
0,4	0,1093	0,8749	1,6935	2,1518	0,9935	1,6935	1,6609	0,8481	0,8481	1,6412	2,1518	0,8481	0,8404	1,6412	2,1518
0,5	0,1904	1,3193	1,6472	2,1518	0,1649	1,6472	1,5585	0,1523	0,1523	1,5067	1,4311	0,1523	0,1431	1,4311	1,4802
0,6	0,4869	1,5014	1,5909	1,5909	0,4321	1,5909	1,4621	0,4023	0,4023	1,3900	1,3900	0,4023	0,3807	1,2851	1,4228
0,7	0,8976	1,3828	1,5495	1,5495	0,8039	1,2383	1,3958	0,7487	0,7487	1,1476	1,3058	0,7487	0,7110	1,0908	1,2427
0,8	0,9925	1,1829	1,2481	1,2481	0,8915	1,0542	1,0734	0,8268	0,8268	0,9580	0,9696	0,8268	0,7781	0,9028	0,8911
0,9	0,7910	0,9550	0,9610	0,9610	0,7193	0,8496	0,8021	0,6526	0,6526	0,7630	0,7365	0,6526	0,6156	0,7269	0,6739
0,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—

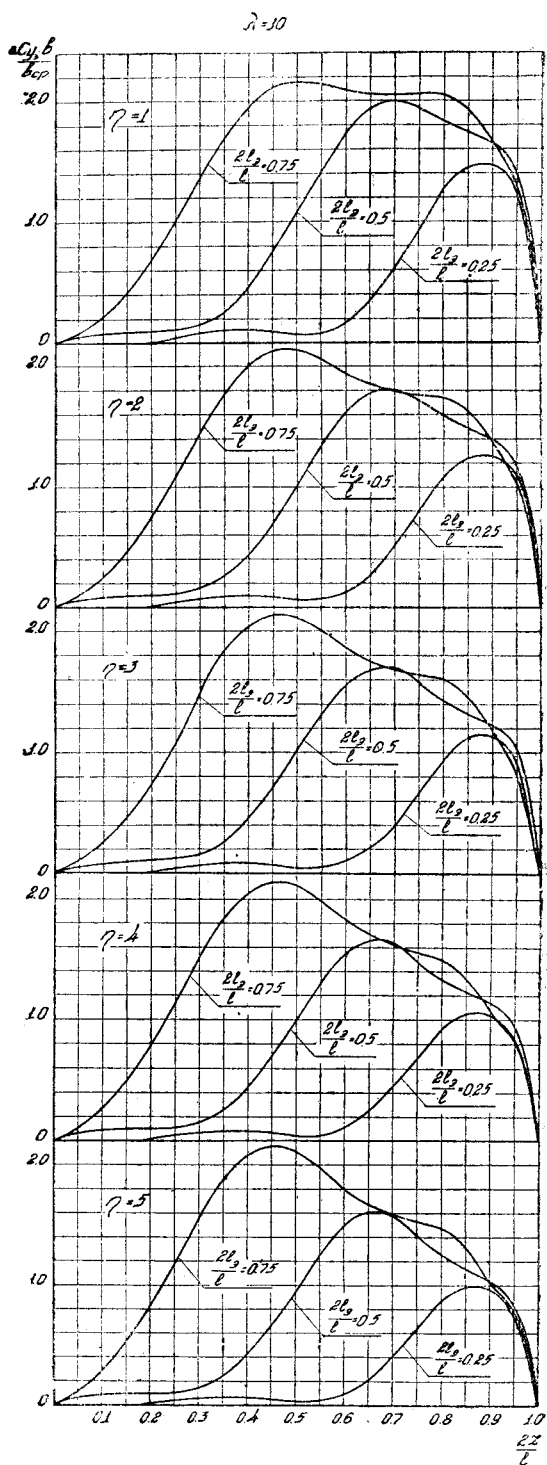
Таблица II

Значения нагрузки $\frac{\Delta c_{y, \text{ср}} b}{b_{\text{ср}}}$ по полуразмаху крыла от элеронов для $2\alpha_0 = 1$
 $\lambda = 7$

$\frac{2l_0}{l}$ $\frac{2z}{l}$	$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
	—	0,0193	0,0811	0,2450	—	0,0140	0,0839	0,2576	—	0,0099	0,0861	0,2617	—	0,0097	0,0848
0,1	—	0,0171	0,1187	0,6749	—	0,0177	0,1215	0,7081	—	0,0207	0,1215	0,7214	—	0,0194	0,1210
0,2	0,0861	0,2103	1,1161	0,736	0,0456	0,1907	1,3066	0,7081	0,0456	0,1907	1,3066	0,7214	0,0456	0,1907	1,3066
0,3	0,1142	0,4376	1,5307	1,5307	0,0964	0,4520	1,7799	1,7799	0,0964	0,4520	1,7799	1,7799	0,0964	0,4520	1,7799
0,4	0,1093	0,8749	1,6935	2,1518	0,0795	0,4520	1,7799	1,7799	0,0795	0,4520	1,7799	1,7799	0,0795	0,4520	1,7799
0,5	0,1904	1,3193	1,6472	2,1518	0,1649	0,4520	1,7799	1,7799	0,1649	0,4520	1,7799	1,7799	0,1649	0,4520	1,7799
0,6	0,4869	1,5014	1,5909	1,5909	0,4321	0,4520	1,7799	1,7799	0,4321	0,4520	1,7799	1,7799	0,4321	0,4520	1,7799
0,7	0,8976	1,3828	1,5495	1,5495	0,8039	0,4520	1,7799	1,7799	0,8039	0,4520	1,7799	1,7799	0,8039	0,4520	1,7799
0,8	0,9925	1,1829	1,2481	1,2481	0,8915	0,4520	1,7799	1,7799	0,8915	0,4520	1,7799	1,7799	0,8915	0,4520	1,7799
0,9	0,7910	0,9550	0,9610	0,9610	0,7193	0,4520	1,7799	1,7799	0,7193	0,4520	1,7799	1,7799	0,7193	0,4520	1,7799
0,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—



Фиг. 30. Распределение нагрузки по полуразмаху трапецевидных крыльев при отклоненных элеронах



Фиг. 30

Значения нагрузки $\frac{\Delta c_{y3} b}{b_{cp}}$ по полуразмаху крыла от элеронов для $2\alpha_3 = 1$
 $\lambda = 10$

$\frac{2l_3}{2z} \backslash \frac{l}{l}$		$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
		0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
0,1		-0,0342	0,0806	0,2147	-0,0243	0,0854	0,2576	-0,0232	0,0869	0,2575	-0,0203	0,0857	0,2711	-0,0175	0,0856	0,2769
0,2		0,0050	0,1010	0,6878	0,0118	0,1052	0,7654	0,0099	0,1076	0,7063	0,0088	0,1051	0,8002	0,0101	0,0994	0,8170
0,3		0,0867	0,1590	1,3684	0,0787	0,1582	1,4676	0,0745	0,1581	1,5020	0,0680	0,1528	1,5200	0,0607	0,1417	1,5465
0,4		0,1137	0,4631	1,9519	0,0957	0,4497	2,0174	0,0878	0,4446	2,0418	0,0812	0,4337	2,0534	0,0690	0,4158	2,0798
0,5		0,0740	1,0775	2,1683	0,0581	1,0333	2,1337	0,0497	1,0210	2,1155	0,0442	0,9954	2,1073	0,0331	0,9715	2,1151
0,6		0,1590	1,7322	2,0910	0,1325	1,6295	1,9305	0,1143	1,5757	1,8597	0,1060	1,5410	1,8211	0,0938	1,5033	1,8078
0,7		0,6044	1,9927	2,0468	0,5196	1,8106	1,7958	0,3916	1,7073	1,6850	0,4398	1,6445	1,6171	0,4112	1,5800	1,5934
0,8		1,2668	1,8332	2,0512	1,0307	1,5802	1,7568	0,9323	1,4275	1,6100	0,9221	1,3372	1,5120	0,8694	1,2467	1,4812
0,9		1,4722	1,6510	1,6621	1,2600	1,3355	1,3667	1,1327	1,2345	1,1865	1,0378	1,1376	1,0669	0,9697	1,0378	1,0083
0,95		1,2039	1,3839	1,3077	1,0260	1,1747	1,0878	0,9116	1,0391	0,9398	0,8267	0,9450	0,8417	0,7544	0,8556	0,7866

Значения коэффициентов $\left(\frac{A_n}{2\alpha_s}\right)$ для трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами $\lambda = 5$

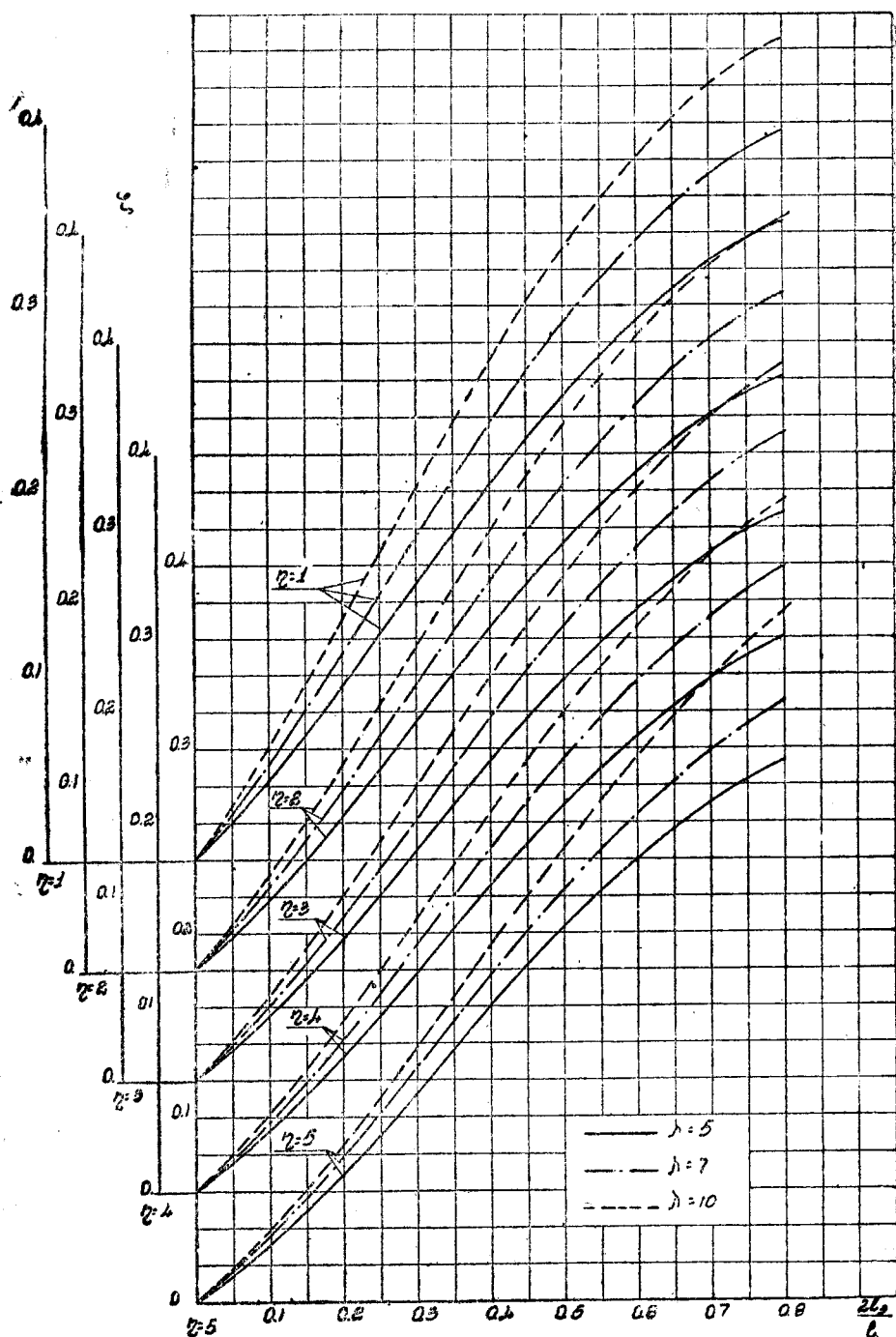
$\frac{2l_s}{l}$	$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6
	0,1127	0,2317	0,3102	0,755	0,1599	0,2166	0,0622	0,1341	0,1842	0,0550	0,1208	0,1675	0,0502	0,1126	0,1569
	0,0804	0,0539	-0,0193	0,0542	0,0323	-0,0253	0,0445	0,0230	-0,0283	0,0390	0,0196	-0,0305	0,0356	0,0168	-0,0319
	0,0133	-0,0318	0,0096	0,0092	-0,0229	0,0090	0,0071	-0,0207	0,0088	0,0061	-0,0191	0,0083	0,0053	-0,0185	0,0080
	-0,0155	0,0135	0,0121	-0,0108	0,0111	0,0092	-0,0093	0,0100	0,0081	-0,0087	0,0099	0,0080	-0,0082	0,0095	0,0077
	-0,0060	0,0083	-0,0127	-0,0041	0,0056	-0,0094	-0,0034	0,0048	-0,0083	-0,0032	0,0047	-0,0074	-0,0029	0,0044	-0,0069
	0,0069	-0,0110	0,0126	0,0045	-0,0086	0,0110	0,0037	-0,0078	0,0105	0,0033	-0,0074	0,0103	0,0031	-0,0072	0,0103

 $\lambda = 7$

$\frac{2l_s}{l}$	$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6
	0,1331	0,2636	0,3562	0,0873	0,1824	0,2464	0,0710	0,1517	0,2089	0,0621	0,1358	0,1888	0,0565	0,1240	0,1736
	0,1015	0,0639	-0,0169	0,0669	0,0411	-0,0279	0,0541	0,0297	-0,0323	0,0472	0,0236	-0,0361	0,0423	0,0192	-0,0393
	0,0193	-0,0369	0,0116	0,0127	-0,0269	0,0124	0,0100	-0,0242	0,0121	0,0083	-0,0231	0,0113	0,0063	-0,0226	0,0105
	-0,0191	0,1176	0,0160	-0,0131	0,0142	0,0120	-0,0111	0,0125	0,0110	-0,0102	0,0125	0,0104	-0,0116	0,0122	0,0094
	-0,0077	0,0103	-0,0149	-0,0051	0,0075	-0,0118	-0,0041	0,0060	-0,0103	-0,0037	0,0056	-0,0093	0,0041	0,0053	-0,0090
	0,0090	-0,0142	0,0168	0,0059	-0,0109	0,0144	0,0048	-0,0101	0,0139	0,0043	-0,0097	0,0136	0,0038	-0,0095	0,0132

 $\lambda = 10$

$\frac{2l_s}{l}$	$\eta = 1$			$\eta = 2$			$\eta = 3$			$\eta = 4$			$\eta = 5$		
	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6	A_8	A_{10}	A_{12}	A_2	A_4	A_6
	0,1547	0,3056	0,4018	0,0994	0,2044	0,2747	0,0794	0,1685	0,2311	0,0687	0,1500	0,2087	0,0611	0,1361	0,1978
	0,1264	0,0891	-0,0118	0,0811	0,0509	-0,0360	0,0645	0,0360	-0,0374	0,0554	0,0284	-0,0418	0,0494	0,0226	-0,0441
	0,0271	-0,0416	0,0116	0,0174	-0,0308	0,0167	0,0133	-0,0277	0,0159	0,0107	0,0270	0,0150	0,0087	-0,0269	0,0145
	-0,0228	0,0228	0,0209	-0,0154	0,0185	0,0158	-0,0131	0,0173	0,0142	-0,0119	0,0161	0,0137	0,0118	0,0155	0,0128
	-0,0099	0,0137	-0,0190	-0,0061	0,0098	-0,0142	-0,0051	0,0085	-0,0123	-0,0044	0,0075	-0,0113	0,0043	0,0071	-0,0107
	0,0118	-0,0181	0,0218	0,0077	-0,0140	0,0188	0,0064	-0,0127	0,0181	0,0057	-0,0123	0,0176	0,0049	-0,0121	0,0177



Фиг. 31. Зависимость коэффициента ζ трапецевидных крыльев от относительной длины элерона

Таблица V

Значения коэффициента ζ трапецевидных крыльев в зависимости от параметров крыла и элерона для $2\alpha_9 = 1$

$$\zeta = \frac{\pi}{4} \lambda \mu_k \left(\frac{A_2}{2\alpha_9} \right)$$

		$\lambda = 5$			$\lambda = 7$			$\lambda = 10$		
η	$\frac{2l_9}{l}$	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
1		0,1222	0,2511	0,3362	0,1442	0,2911	0,3860	0,1677	0,3312	0,4355
2		0,1091	0,2311	0,3131	0,1262	0,2636	0,3562	0,1436	0,2954	0,3970
3		0,1011	0,2180	0,2995	0,1155	0,2467	0,3397	0,1291	0,2739	0,3757
4		0,0954	0,2095	0,2905	0,1077	0,2356	0,3272	0,1191	0,2601	0,3619
5		0,0907	0,2034	0,2834	0,1021	0,2240	0,3136	0,1104	0,2458	0,3573

При дифференциально-отклоненных элеронах коэффициент момента крена определяется по формуле:

$$c_{mx} = x \cdot \zeta \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta_{\Phi_1}^\circ + \delta_{\Phi_2}^\circ}{57,3}$$

Кривые ζ теоретического коэффициента пропорциональности момента крена указывают, что при одном и том же значении эффективного угла атаки момент крена будет тем больше, чем больше относительный размах, чем больше удлинение крыла и тем меньше, чем больше трапецевидность. Это уменьшение момента крена для крыльев с большей трапецевидностью при элеронах равной относительной глубины объясняется тем, что элерон у более сужающегося крыла будет иметь меньшую площадь и вместе с ним площадь крыла, лежащая над элероном, будет также меньшей.

3. Дополнительное индуктивное сопротивление от элеронов. Коэффициент дополнительного индуктивного сопротивления

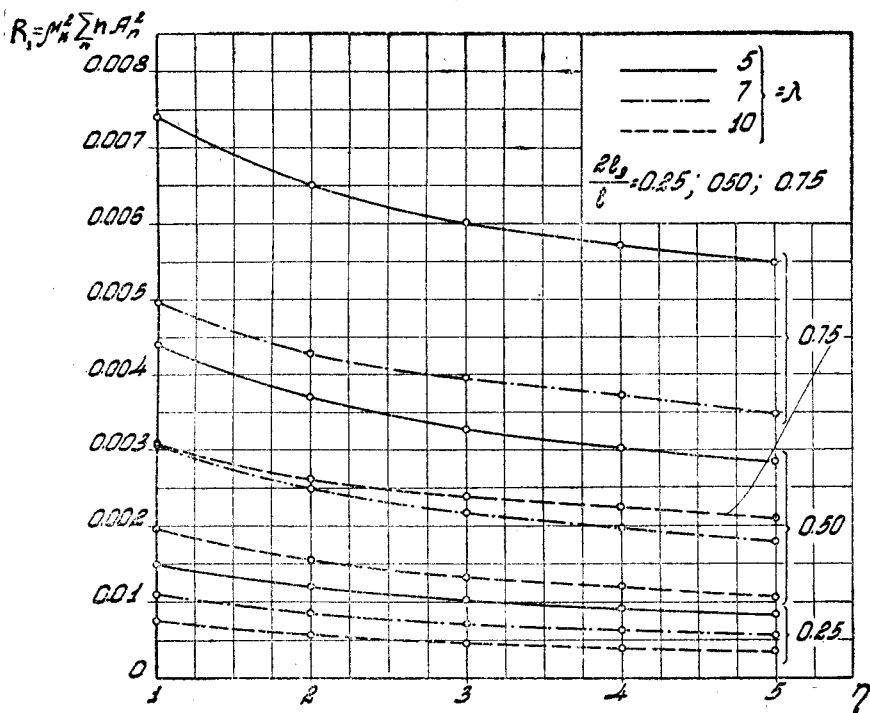
$$c_{xi_9} = 4\pi\lambda R_1 x \left(\frac{d\alpha_9}{d\delta} \right)^2 \left(\frac{\delta_{\Phi}^\circ}{57,3} \right)^2,$$

где $R_1 = \mu_k^2 \sum_n n \left(\frac{A_n}{2\alpha_9} \right)^2$ приведено в табл. VI и нанесено на диаграмме фиг. 32.

Таблица VI

Значения $R_1 = \mu_k^2 \sum_n n A_n^2$ для трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами при $2\alpha_9 = 1$

		$\lambda = 5$			$\lambda = 7$			$\lambda = 10$		
η	$\frac{2l_9}{l}$	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
1		0,001498	0,004417	0,007403	0,001121	0,003066	0,004969	0,000758	0,001978	0,003097
2		0,001203	0,003706	0,006495	0,000863	0,002492	0,004293	0,000580	0,001558	0,002625
3		0,001030	0,003277	0,006009	0,000720	0,002168	0,003959	0,000466	0,001326	0,002386
4		0,000915	0,003023	0,005710	0,000626	0,001971	0,003727	0,000335	0,001196	0,002253
5		0,000827	0,002848	0,005485	0,000559	0,001785	0,003470	0,000340	0,001068	0,002088



Фиг. 32.
Теоретическое
значение
коэффициента
индуктивного
сопротивления
от элеронов
трапецевидных
крыльев для
 $2\alpha_s = 1$

Дополнительное индуктивное сопротивление определяется из формулы:

$$Q_{i_s} = c_{xi_s} q S.$$

Дополнительное индуктивное сопротивление, как видно из кривых фиг. 32, вызванное отклонением элеронов при равном значении α_s , будет тем больше, чем больше относительная длина элерона и меньше трапецевидность и тем меньше, чем больше удлинение.

4. Индуктивный момент рысканья. Коэффициент индуктивного момента рысканья может быть представлен в следующем виде:

$$c_{myi} = 2\kappa \xi \frac{d\alpha_s}{d\delta} \frac{\partial^{\circ}_{\text{эф}}}{57,3} \frac{\alpha^{\circ}_k}{57,3},$$

где

$$\xi = \frac{\pi}{4} \lambda \mu_k^2 \sum_n \left[(4n+1) \left(\frac{A_{2n+1}}{\alpha_k} \right) \left(\frac{A_{2n}}{2\alpha_s} \right) + (4n-1) \left(\frac{A_{2n-1}}{\alpha_k} \right) \left(\frac{A_{2n}}{2\alpha_s} \right) \right];$$

ξ приведено в табл. VII и нанесено на диаграмму фиг. 33. Индуктивный момент рысканья будет:

$$M_{yi} = c_{myi} q S l.$$

5. Отношение индуктивного момента рысканья к моменту крена:

$$\frac{M_{yi}}{M_x} = \frac{c_{myi}}{c_{mx}} \frac{\alpha^{\circ}_k}{57,3},$$

где $\frac{c_{myi}}{c_{mx}}$ приведены в табл. VIII и нанесены на диаграмме фиг. 34.

Отношение момента рысканья к моменту крена при равном значении c_y крыла для элеронов такой относительной глубины и угла отклонения

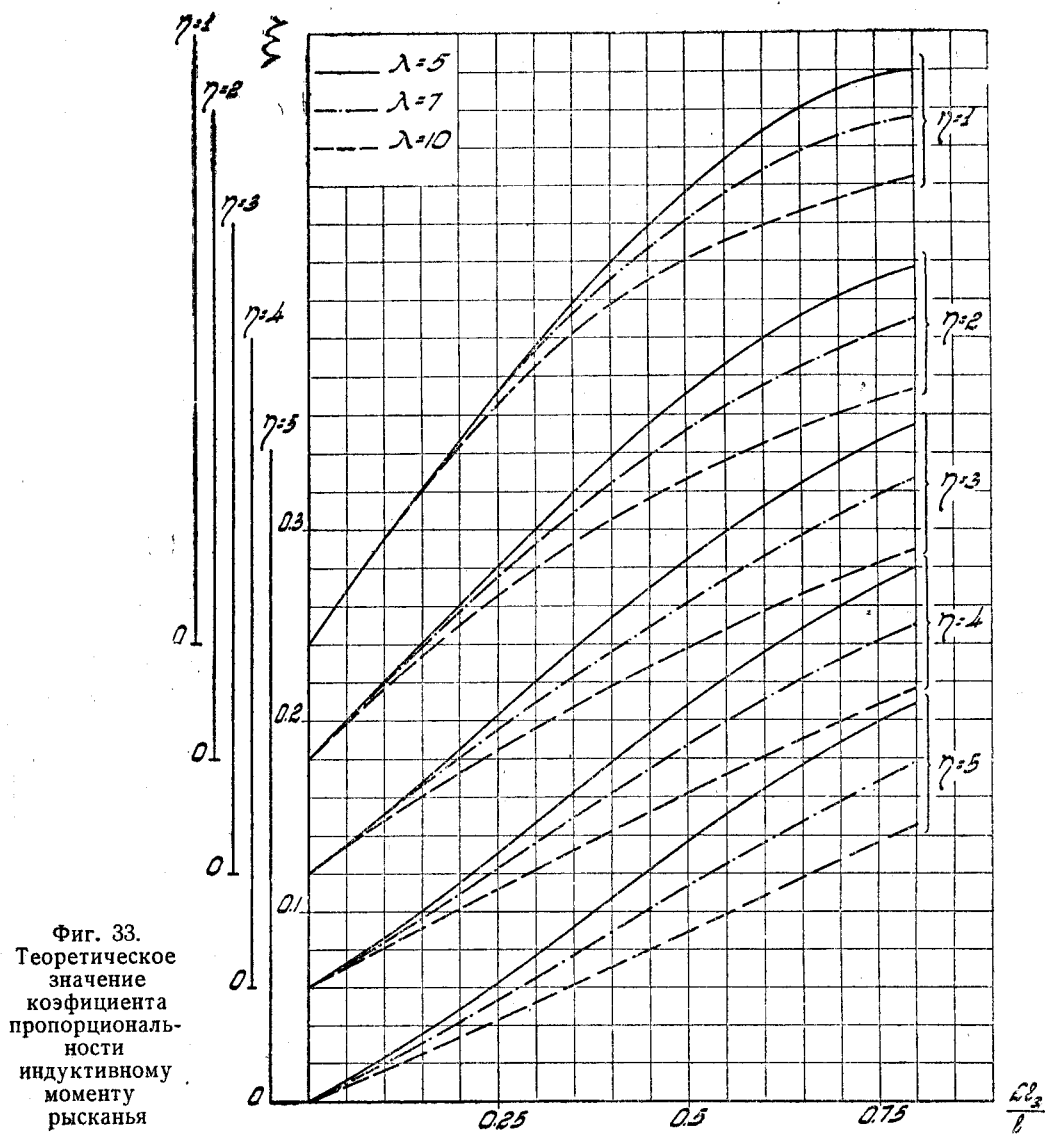
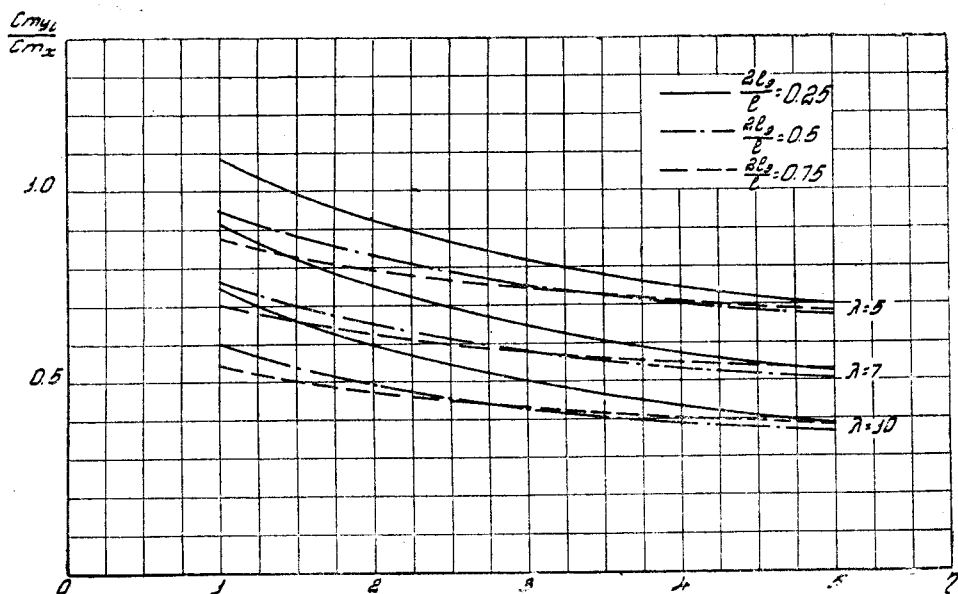


Таблица VII
Значения ξ в зависимости от параметров крыла и элерона для $2\alpha_3 = 1$

$$\xi = \frac{\pi}{4} \mu_k^2 \lambda \sum_n (2n+1) A_n A_{n+1}$$

η	$\frac{2l_3}{l}$	$\lambda = 5$			$\lambda = 7$			$\lambda = 10$		
		0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
1		0,1322	0,2379	0,2958	0,1316	0,2225	0,2723	0,1260	0,2009	0,2390
2		0,1010	0,1920	0,2500	0,0960	0,1715	0,2226	0,0856	0,1460	0,1870
3		0,0825	0,1640	0,2255	0,0749	0,1421	0,1967	0,0650	0,1180	0,1620
4		0,0708	0,1480	0,2100	0,0623	0,1267	0,1806	0,0520	0,1020	0,1480
5		0,0620	0,1370	0,1990	0,0532	0,1134	0,1680	0,0426	0,0900	0,1360



Фиг. 34. Зависимость теоретического значения $\frac{c_{my}}{c_{mx}}$ от сужения крыла

Таблица VIII
Теоретическое отношение $\left(\frac{c_{my}}{c_{mx}}\right)$ индуктивного момента рысканья к моменту крена
при отклоненных элеронах для $2\alpha_3 = 1$

		$\lambda = 5$			$\lambda = 7$			$\lambda = 10$		
η	$\frac{2l_3}{l}$	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75	0,25	0,5	0,75
1		1,082	0,948	0,879	0,913	0,764	0,705	0,750	0,605	0,549
2		0,925	0,831	0,798	0,758	0,650	0,625	0,595	0,494	0,472
3		0,816	0,752	0,752	0,648	0,575	0,579	0,502	0,431	0,433
4		0,743	0,707	0,722	0,578	0,538	0,552	0,436	0,392	0,408
5		0,702	0,673	0,675	0,521	0,507	0,535	0,385	0,366	0,381

их, что они вызывают равное значение α_3 , будет тем меньше, чем больше удлинение, трапецевидность и относительная длина элерона. Но это отношение уменьшается более медленно с увеличением трапецевидности, так для больших сужений по мере увеличения относительной длины элеронов это отношение сперва медленно уменьшается, а затем также медленно начинает увеличиваться.

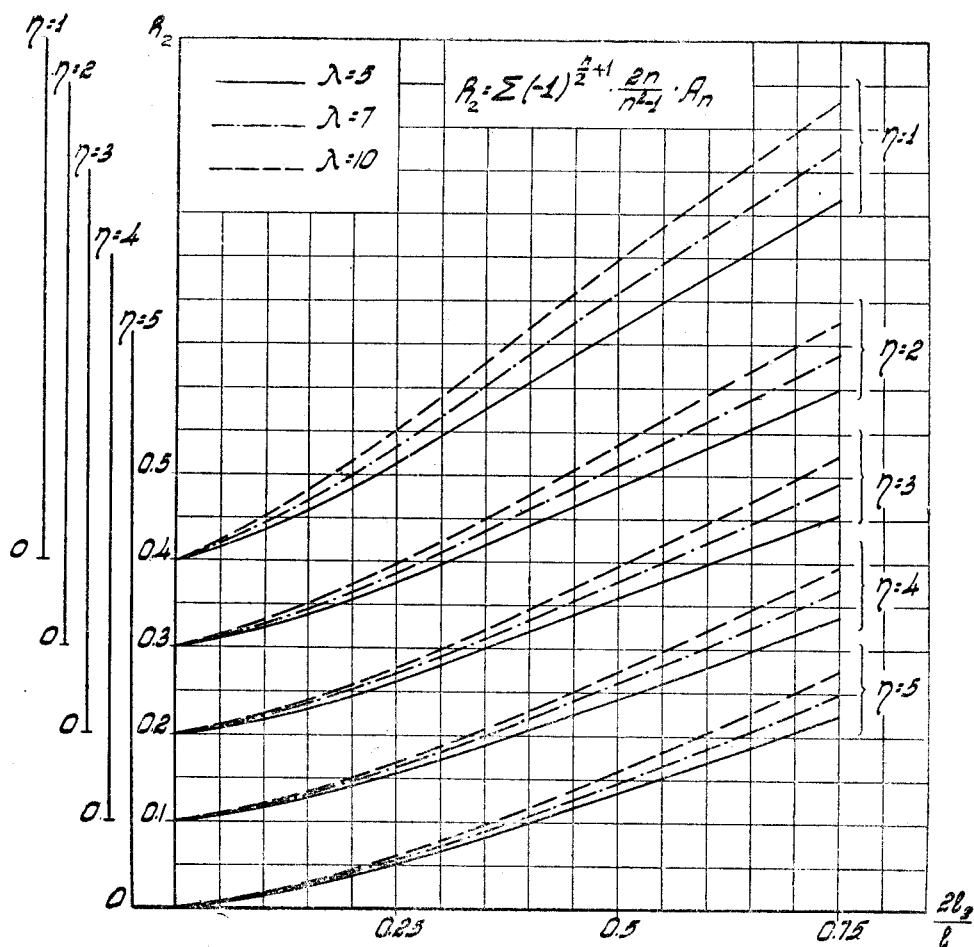
6. Приращение подъемной силы на полуразмахе крыла. Коэффициент подъемной силы на полуразмахе крыла может быть определен из формулы:

$$\Delta c_{y \text{ пол}} = 2\lambda_{\mu_k} R_2 \times \frac{d\alpha_3}{d\delta} \frac{\delta_{\text{эф}}}{57,3},$$

где R_2 приведено в табл. IX и нанесено на диаграмме фиг. 35.

Подъемная сила полуразмаха будет:

$$\Delta P = q l^2 \Delta c_{y \text{ пол}}.$$



Фиг. 35

Таблица IX
Значения R_2 для трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами для $2a_3 = 1$
 $\lambda = 5$

$\frac{2l_3}{l} \backslash \eta$	1	2	3	4	5
0,25	0,1135	0,0761	0,0627	0,0556	0,0507
0,5	0,2694	0,1878	0,1592	0,1437	0,1345
0,75	0,4194	0,2994	0,2581	0,2372	0,2238
$\lambda = 7$					
0,25	0,1318	0,0865	0,0704	0,0616	0,0564
0,5	0,3081	0,2118	0,1779	0,1601	0,1470
0,75	0,4780	0,3399	0,2926	0,2681	0,2497
$\lambda = 10$					
0,25	0,1500	0,0966	0,0773	0,0669	0,0595
0,5	0,3457	0,2345	0,1954	0,1751	0,1597
0,75	0,5332	0,3779	0,3244	0,2969	0,2760

Распространение расчетных данных

Нами рассчитан только класс трапецевидных крыльев с отклоненными элеронами, однако, в практике самолетостроения получили также большое распространение крылья трапецевидные с прямоугольным центропланом.

С целью распространения расчетного материала на крылья трапецевидные с прямоугольным центропланом нами были проделаны два сравнительных расчета для выяснения влияния центроплана.

Были взяты два крыла — трапецевидное и трапецевидное с прямоугольным центропланом таких размеров, что у них совпадали трапецевидные консоли (фиг. 36), имеющие следующие параметры:

трапецевидное крыло:

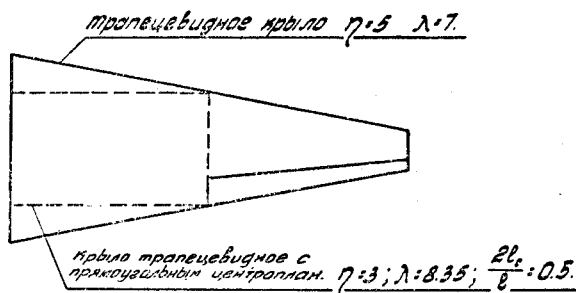
$$\lambda = 7, \quad \eta = 5,$$

$$\frac{2l_3}{l} = 0,50;$$

крыло трапецевидное с прямоугольным центропланом:

$$\lambda = 8,35, \quad \eta = 3,$$

$$\frac{2l_{\text{ц}}}{l} = 0,50 \text{ и } \frac{2l_3}{l} = 0,50.$$



Фиг. 36

Как для одного, так и для другого крыла принимаем относительные хорды элероны $\left(\frac{b_3}{b}\right)$ равными между собой. Расчеты показали, что произведение $A_{23} \mu_k$ для этих двух крыльев остается приблизительно равным.

Так, например, из расчета получено:

для трапецевидного крыла: $\mu_k A_{23} = 0,0185$,

для трапецевидного с прямоугольным центропланом: $\mu_k A_{23} = 0,0183$.

На основании этого можем написать:

$$A_{2\text{ц}} = A_{2\text{тр}} \frac{b_{\text{к. тр}}}{b_{\text{к. ц}}},$$

где $A_{2\text{ц}}$ — коэффициент A_{23} крыла трапецевидного с прямоугольным центропланом;

$A_{2\text{тр}}$ — коэффициенты A_{23} трапецевидного крыла;

$b_{\text{к. тр}}$ — корневая хорда трапецевидного крыла;

$b_{\text{к. ц}}$ — корневая хорда крыла трапецевидного с прямоугольным центропланом.

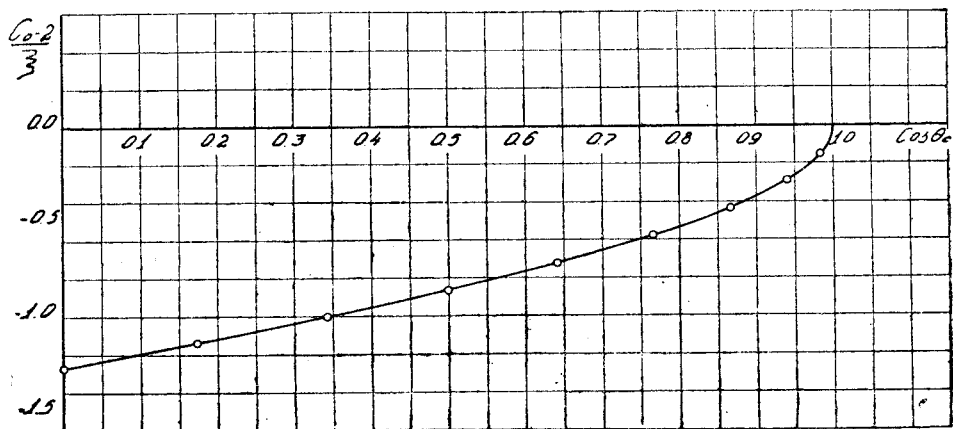
Таким образом, результаты расчетных данных трапецевидных крыльев для момента крена могут быть применены для крыльев трапецевидных с прямоугольным центропланом, если для последних брать параметры трапецевидных крыльев, согласно схемы фиг. 36. Так как, главным образом, в данной работе основное внимание мы уделяем моменту крена, то принимая во внимание вышеупомянутый результат расчета, мы из расчетной части исключили крылья трапецевидные с прямоугольным центропланом.

Ряд сравнительных расчетов также показал, что коэффициент A_{23} , исключительно от которого зависит момент крена, может быть определен с достаточной точностью из двух уравнений.

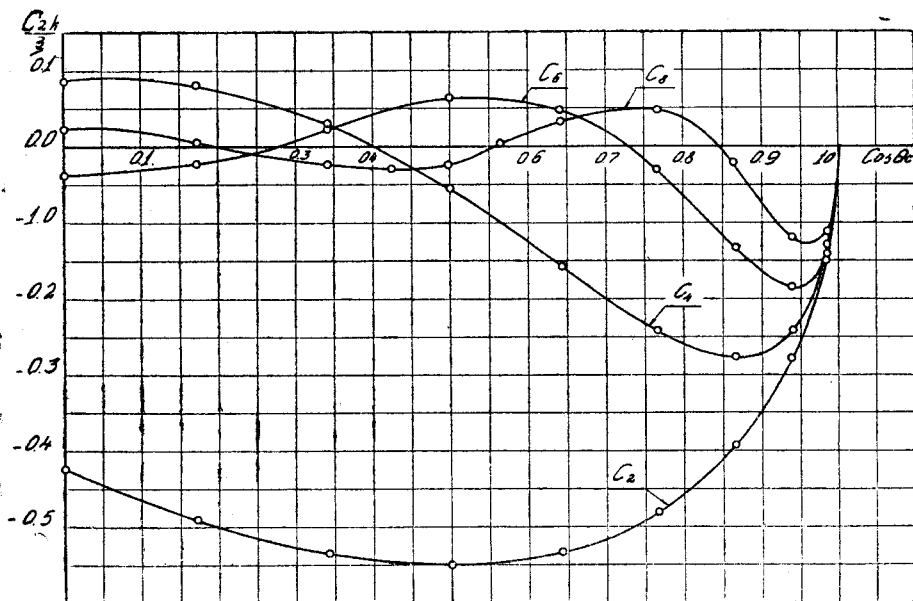
Так, например, для трапецевидного крыла с параметрами $\lambda = 6$, $\eta = 5$,
 $\frac{2l_{\text{эп}}}{l} = 0,5$ имеем:

при 8 уравнениях	$A_{2,3} = 0,1200$;
„ 6 „	$A_{2,3} = 0,1200$;
„ 4 „	$A_{2,3} = 0,1200$;
„ 2 „	$A_{2,3} = 0,1233$.

Поэтому для крыльев с элеронами переменной относительной глубины,
 для крыльев с элеронами, не доходящими до конца крыла, а также для



Фиг. 37. Значение коэффициента $\frac{C_0-2}{\xi}$ в зависимости от относительной длины центроплана



Фиг. 38. Значение коэффициентов $\frac{C_{2k}}{\xi}$ в зависимости от относительной длины центроплана

крыльев с параметрами, для которых затруднительна экстраполяция, можно рекомендовать формулу для коэффициента момента крена¹

$$c_{mx} = \frac{\pi}{4} \lambda k_b^{cp} k_l k_\eta \mu_k \frac{B_2 E_1 - B_4 E_2}{E_3 E_4 - E_5 E_6} \frac{\delta_{\alpha\Phi_1}^\circ + \delta_{\alpha\Phi_2}^\circ}{57,3}, \quad (47)$$

где

$$E_1 = 8 \mu_k (C_0 - C_8) - 0,7760, \quad E_4 = 4 \mu_k (C_0 - C_8) + 2,5868,$$

$$E_2 = 8 \mu_k (C_2 - C_6) + 2,5868, \quad E_5 = 2 \mu_k (C_2 - C_6) - 0,7760,$$

$$E_3 = 2 \mu_k (C_0 - C_4) + 2,7162, \quad E_6 = 4 \mu_k (C_2 - C_8) - 0,7760.$$

B_2 и B_4 определяются по формулам (26), (30') и (32) в зависимости от формы элерона.

Представляет некоторое удобство коэффициенты C определять из графика фиг. 37 и 38, значения которых нанесены в форме $\frac{C_{2k}}{\xi}$ и $\frac{C_0 - 2}{\xi}$ в зависимости от относительной длины центроплана $\left(\frac{2l_n}{l} = -\cos \Theta_n\right)$.

Для крыла с скругленными концами момент крена можно считать с достаточной для практики точностью равным моменту крена равнобедренного трапецевидного крыла с элеронами, простирающимися до конца полуразмаха.

IV. ВРАЩЕНИЕ КРЫЛА ОТНОСИТЕЛЬНО ПРОДОЛЬНОЙ ОСИ

Выше мы рассматривали только действие элеронов на крыло, считая, что моменты, возникающие при отклонении элеронов, уравновешены соответствующими моментами, так что крыло оставалось в прежнем положении (неподвижным). В действительности же появляющийся момент крена в результате отклонения элеронов ничем не уравновешивается и поэтому сразу вызывает вращение крыла (самолета) относительно продольной оси, которое в свою очередь вызывает изменение углов атаки по размаху крыла и, следовательно, создает дополнительную циркуляцию. Последняя в сумме с первоначальной циркуляцией и циркуляцией от элеронов дает новое распределение нагрузки по размаху крыла.

В дальнейшем нас будут интересовать нагрузки, вызванные вращением, к определению которых и перейдем для выбранного класса трапецевидных крыльев. Нагрузку от вращения мы будем рассматривать согласно (14) отдельно.

Если эффект вращения крыла относительно продольной оси заменить закруткой, тогда подобно равно отклоненным элеронам распределение углов атаки по размаху крыла будет строго антисимметричным и может быть выражено формулой:

$$\alpha_\omega(\theta) = \frac{\omega z}{V} = -\frac{\omega l}{2V} \cos \theta.$$

Как известно, для определения распределения нагрузки по размаху крыла достаточно определить коэффициенты $A_{n\omega}$ с четными индексами, т. е. решить четную систему уравнений, так как коэффициенты с нечетными индексами обращаются в нуль.

Напомним, что левые части системы уравнений не зависят от угла атаки и поэтому они будут теми же, что и для элеронов, правые же части в этом

¹ Здесь коэффициент k_b следует брать средним для данного диапазона изменения $\frac{b_\alpha}{b}$.

случае для трапецевидных крыльев будут определяться из следующего выражения:

$$B_{m\omega} = \frac{4}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \alpha_{\omega}(\theta) \frac{b(\theta)}{b_k} \sin m\theta \sin \theta d\theta =$$

$$= -\frac{2}{\pi} \frac{\omega l}{2V} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \xi \cos \theta) \sin 2\theta \sin m\theta d\theta.$$

После несложных тригонометрических преобразований и интегрирования будем иметь:

при $m \neq 2$

$$B_{m\omega} = \frac{1}{\pi} \frac{\omega l}{2V} \left\{ \xi \left[\frac{(-1)^{\frac{m}{2}} 2m}{m^2 - 9} - \frac{(-1)^{\frac{m}{2}} 2m}{m^2 - 1} \right] \right\}; \quad (48)$$

при $m = 2$

$$B_{2\omega} = \frac{1}{\pi} \frac{\omega l}{2V} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{16}{15} \xi \right]. \quad (48')$$

Как показали сравнительные расчеты, распределение нагрузки по размаху крыла может быть в этом случае определено с достаточной для практики точностью при помощи первых двух коэффициентов $A_{n\omega}$ ¹.

Пользуясь четной системой уравнений и формулами (48) и (48'), были составлены системы из трех уравнений², из которых и определены неизвестные коэффициенты $A_{n\omega}$ для выбранного класса трапецевидных крыльев, при помощи которых определяются основные аэродинамические характеристики вращающихся крыльев. Эти расчеты произведены для $\frac{\omega l}{2V} = 1$.

Основные аэродинамические характеристики вращающегося крыла относительно продольной оси

1. Распределение относительной нагрузки. Распределение относительной нагрузки по полуразмаху крыла, вызванной вращением самолета относительно продольной оси, нанесено на диаграммах фиг. 39—43 в форме

$$\frac{\Delta c_{y\omega} b}{b_{cp}} = 4\lambda_{\mu_k} \sum_n \left(\frac{A_n}{\omega l} \right) \sin n\theta \quad (49)$$

$$\text{для } \frac{\omega l}{2V} = 1.$$

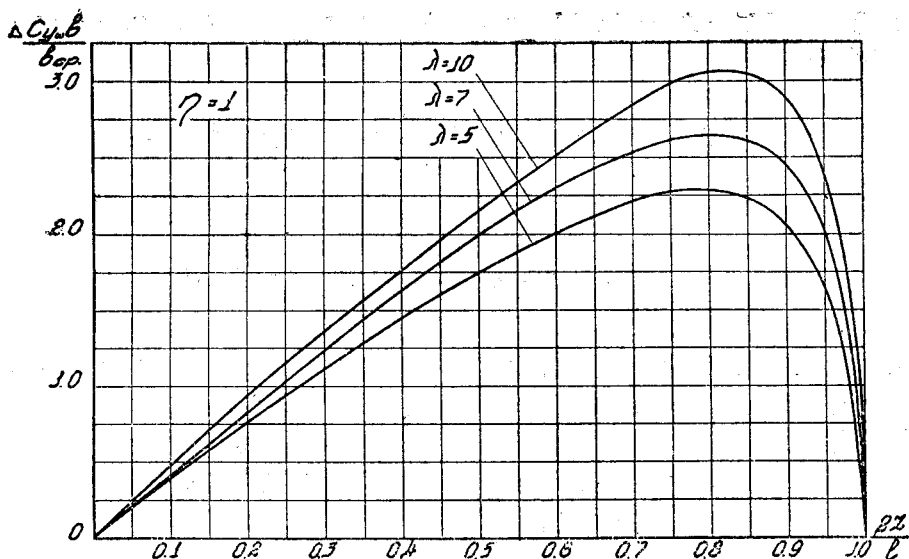
Эта нагрузка будет тем больше, чем меньше трапецевидность и тем больше, чем больше удлинение.

В табл. X приведены значения коэффициентов $\left(\frac{A_n}{\omega l} \right)$ и в табл. XI значения

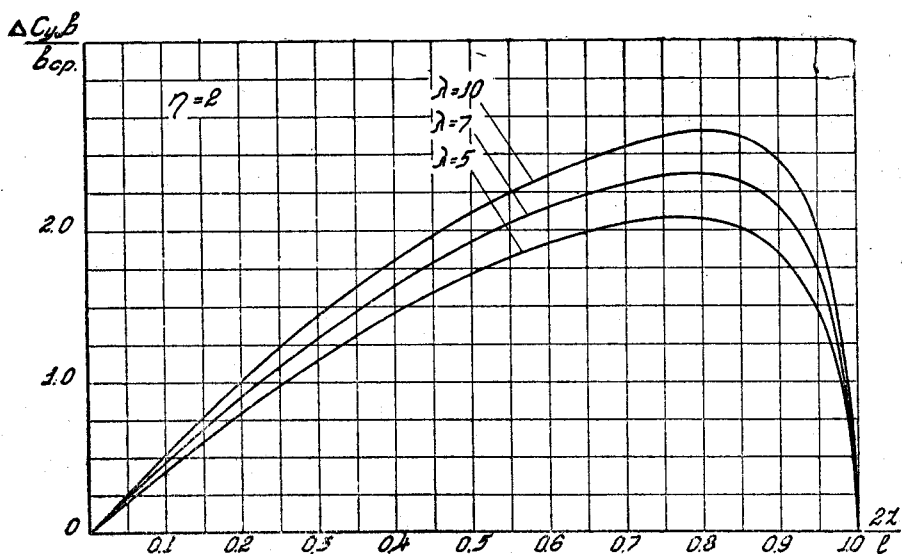
чения $\frac{\Delta c_{y\omega} b}{b_{cp}}$ для $\frac{\omega l}{2V} = 1$.

¹ См. сноску на стр. 7.

² Три уравнения взяты с целью получения более точных результатов.



Фиг. 39. Распределение дополнительной нагрузки по полуразмаху крыла при вращении его относительно продольной оси

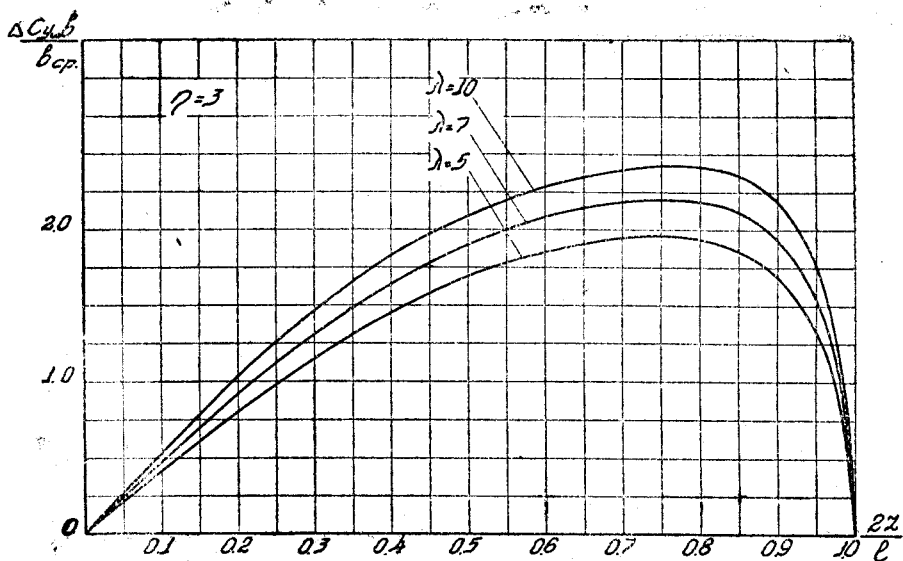


Фиг. 40. Распределение дополнительной нагрузки по полуразмаху крыла при вращении его относительно продольной оси

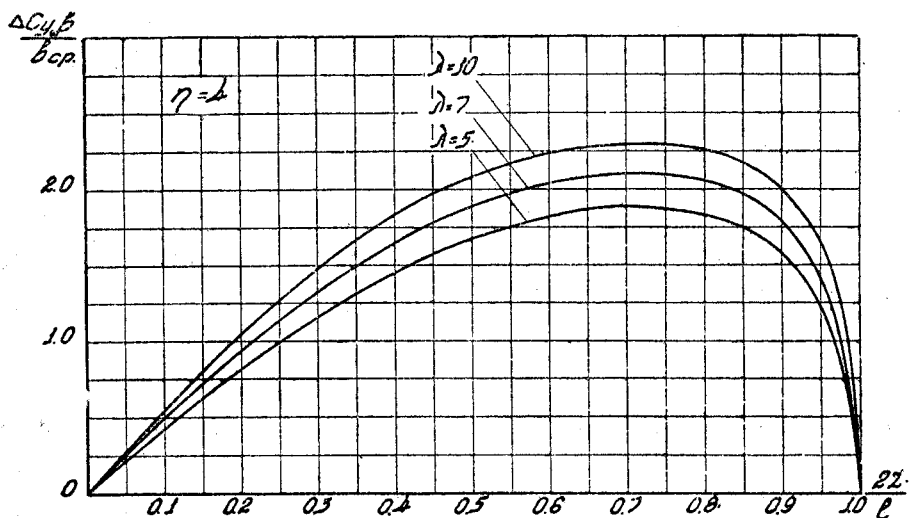
Эти три коэффициента $\left(\frac{A_n}{\frac{\omega l}{2V}} \right)$ были определены из четной системы, состоящей из трех уравнений.

Нагрузка, вызванная вращением, складывается с другими действующими на крыло нагрузками. Центр давления на вращающемся крыле, вызванном отклонением элеронов, может быть определен в любом сечении по полуразмаху из формулы:

$$\frac{x_d}{b} = \frac{\partial c_m}{\partial c_y} + \frac{c_{m0} \pm \Delta c_{m0}}{c_y \pm \Delta c_{y\omega} \pm \Delta c_{y\omega}}, \quad (50)$$



Фиг. 41. Распределение дополнительной нагрузки по полуразмаху крыла при вращении его относительно продольной оси



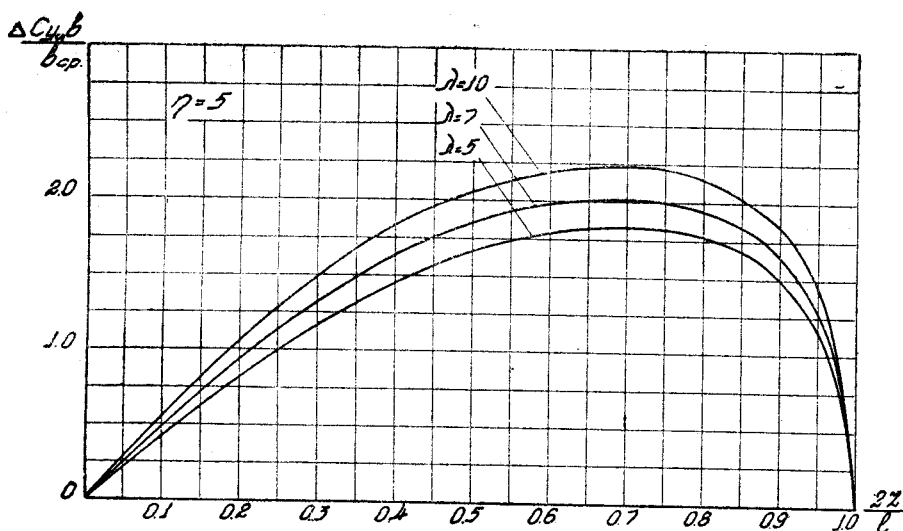
Фиг. 42. Распределение дополнительной нагрузки по полуразмаху крыла при вращении его относительно продольной оси

где

$$\Delta c_{y\omega} = \frac{\Delta c_{y\omega}}{b_{cp}} \frac{b}{b} \frac{\omega l}{2V}.$$

Из формулы видно, что у вращающегося крыла центр давления при отклоненном элероне наиболее задний и поэтому крутящий момент при отклонении элерона и при вызванном им вращении значительно возрастает; поэтому при расчете крыла на прочность необходимо учитывать также нагрузку от вращения при отклоненных элеронах.

2. Момент демпфирования крена. Вследствие того, что распределение углов атаки от вращения крыла антисимметрично и, следовательно, нагрузка в этом случае также распределена антисимметрично, появляется момент относительно поперечной оси самолета, противоположный моменту,



Фиг. 43. Распределение дополнительной нагрузки по полуразмаху крыла при вращении его относительно продольной оси

Таблица X

Значения коэффициентов $A_{n\omega}$ вращающегося крыла для $\frac{\omega l}{2V} = 1$
 $\lambda = 5$

η	1	2	3	4	5
A_2	0,4139	0,2891	0,2445	0,2211	0,2065
A_4	0,0470	0,0198	0,0086	0,0020	-0,0025
A_6	0,0100	0,0099	0,0087	0,0077	0,0068
$\lambda = 7$					
A_2	0,4786	0,3298	0,2768	0,2491	0,2283
A_4	0,0672	0,0277	0,0119	0,0030	-0,0039
A_6	0,0167	0,0144	0,0124	0,0108	0,0093
$\lambda = 10$					
A_2	0,5430	0,3691	0,3075	0,2753	0,2554
A_4	0,0920	0,0372	0,0159	0,0038	-0,0040
A_6	0,0248	0,0203	0,0171	0,0146	0,0127

создаваемому элеронами. Этот момент называют моментом демпфирования крена и может быть представлен формулой:

$$M_D = c_{mD} q S l = \frac{\pi}{4} q l^3 \mu_K A_{2\omega}. \quad (51)$$

Подобно моменту крена момент демпфирования зависит исключительно от коэффициента $A_{2\omega}$.

Таблица XI

Значения нагрузки $\frac{\Delta C_{y\omega} b}{b_{cp}}$ по полуразмаху крыла, возникающей при вращении относительно его продольной оси для $\frac{\omega}{2V} = 1$

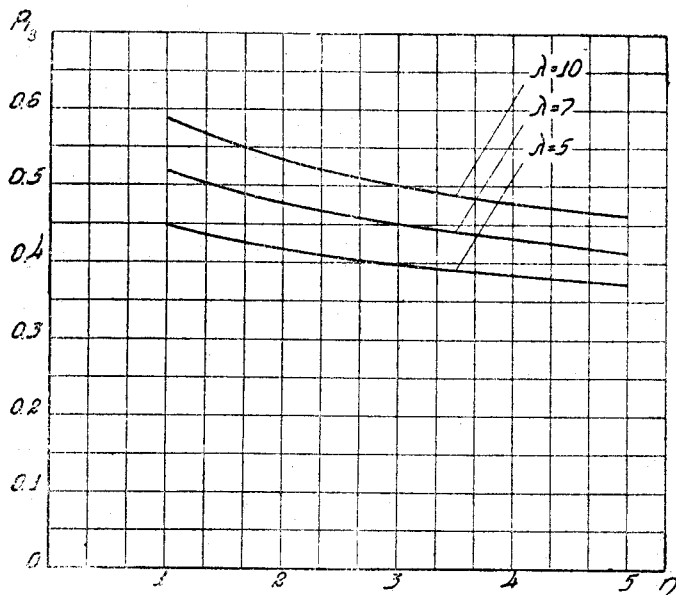
$\frac{2z}{l}$ η	$\lambda = 5$					$\lambda = 7$					$\lambda = 10$				
	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
0,1	0,3853	0,4086	0,4165	0,4213	0,4232	0,4128	0,4645	0,4762	0,4823	0,4821	0,4769	0,5196	0,5365	0,5449	0,5492
0,2	0,7612	0,7980	0,8098	0,8170	0,8206	0,8262	0,9047	0,9243	0,9329	0,9311	0,9373	1,0083	1,0358	1,0501	1,0580
0,3	1,1184	1,1522	1,1617	1,1667	1,1693	1,2335	1,3007	1,3194	1,3269	1,3222	1,3717	1,4426	1,4714	1,4855	1,4932
0,4	1,4507	1,4606	1,4581	1,4564	1,4545	1,6291	1,6430	1,6465	1,6467	1,6322	1,7769	1,8128	1,8241	1,8309	1,8326
0,5	1,7573	1,7168	1,6916	1,6763	1,6652	1,9912	1,9257	1,9000	1,8825	1,8540	2,1556	2,1153	2,0907	2,0772	2,0672
0,6	2,0181	1,9178	1,8580	1,8203	1,7949	2,3019	2,1509	2,0805	2,0362	1,9837	2,5144	2,3626	2,2803	2,2327	2,1979
0,7	2,2185	2,0496	1,9499	1,8839	1,8382	2,5359	2,3129	2,1849	2,1043	2,0205	2,8400	2,5554	2,3987	2,3007	2,2337
0,8	2,2963	2,0731	1,9342	1,8397	1,7701	2,6485	2,3703	2,1857	2,0636	1,9450	3,0608	2,6562	2,4211	2,2681	2,1583
0,9	2,0678	1,8427	1,6883	1,5774	1,4950	2,4592	2,1480	1,9373	1,7924	1,6515	2,9030	2,4604	2,1851	1,9951	1,8566
0,95	1,6549	1,4702	1,3364	1,2391	1,1638	2,0243	1,7328	1,5505	1,4205	1,2946	2,3918	2,0137	1,7694	1,6843	1,4692

Коэффициент момента демпфирования крена может быть представлен так:

$$c_{mD} = R_3 \frac{\omega l}{2V},$$

где значение $R_3 = \frac{\pi}{4} \lambda \mu_k \left(\frac{A_2}{\omega l} \right)$ приведено в табл. XII и нанесено на диа-

грамме фиг. 44 в зависимости от сужения и удлинения крыла для $\frac{\omega l}{2V} = 1$.



Фиг. 44. Значение коэффициента демпфирования крена для трапецевидных крыльев при $\frac{\omega l}{2V} = 1$

Таблица XII

Значения коэффициента момента демпфирования крена R_3 для $\frac{\omega l}{2V} = 1$ в зависимости от параметров крыла

$\eta \backslash \lambda$	1	2	3	4	5
5	0,4485	0,4178	0,3974	0,3833	0,3731
7	0,6179	0,4767	0,4505	0,4321	0,4134
10	0,5883	0,5333	0,5003	0,4775	0,4610

Как показывают кривые фиг. 44, момент демпфирования крена уменьшается с увеличением сужения (η) и уменьшением удлинения.

3. Дополнительное индуктивное сопротивление будет определяться из известной формулы:

$$Q_i = c_{xi\omega} q S = \pi q l^2 \mu_k^2 \sum_n n A_n^2 \omega.$$

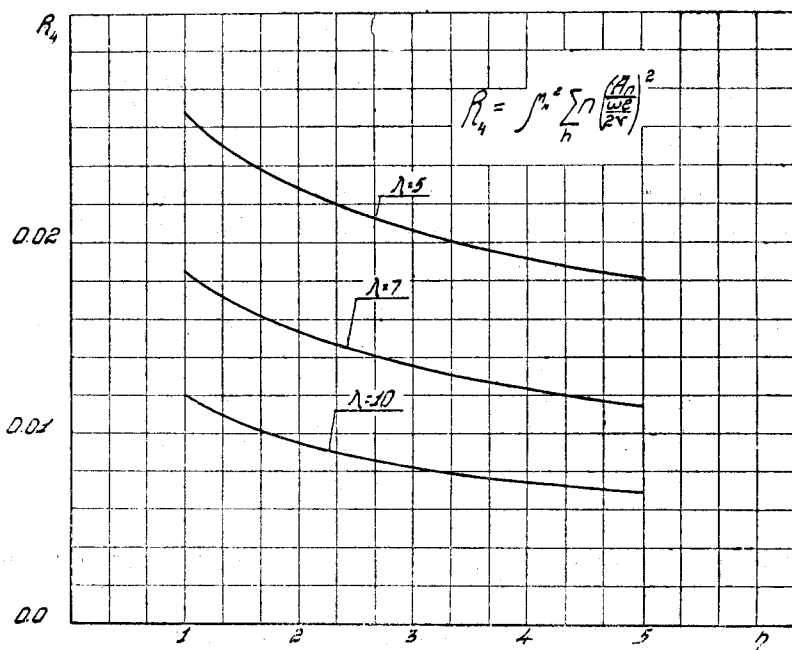
Коэффициент индуктивного сопротивления можно записать в следующем виде:

$$c_{xi\omega} = \pi \lambda R_4 \left(\frac{\omega l}{2V} \right)^2,$$

где

$$R_4 = \mu_k^2 \sum_n n \left(\frac{A_n}{\omega l} \right)^2$$

приведено в табл. XIII и нанесено на диаграмме фиг. 45.



Фиг. 45. Значение коэффициента R_4 для трапецевидных вращающихся крыльев

Таблица XIII

Значения коэффициента R_4 в зависимости от параметров крыла

для $\frac{\omega l}{2V} = 1$

$\lambda \backslash \eta$	1	2	3	4	5
5	0,0268	0,0228	0,0206	0,0192	0,0181
7	0,0185	0,0153	0,0135	0,0124	0,01135
10	0,0120	0,00945	0,00822	0,00740	0,00696

4. Индуктивный момент рысканья. При определении характеристик вращающегося крыла вращение нами было заменено соответствующей круткой. Такая замена вполне допустима при определении нагрузки по размаху крыла, а также при определении момента крена, но при определении момента рысканья это обстоятельство надо учитывать, так как в противном случае это внесет существенную ошибку. В самом деле, возникающая подъемная сила в сечении крыла при его вращении будет всегда перпендикулярна к вектору относительной скорости потока, а потому она будет всегда наклонена к направлению, перпендикулярному скорости потока V , следовательно, будет давать проекцию на ось, параллельную оси потока, которая и будет создавать момент относительно вер-

тикальной оси. Этот момент будет иметь такое направление, что создаст вредный момент рысканья, т. е. момент, препятствующий нужному повороту при крене—момент неблагоприятного знака. Момент рысканья, создаваемый индуктивным сопротивлением, будет благоприятного знака — способствующий крену.

Момент рысканья при вращении может быть определен из следующего выражения:

$$M_y = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho \Gamma(z) \omega z \cos \frac{\omega z}{V} dz - \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho \Gamma(z) V z \sin \frac{\omega z}{V} dz. \quad (52)$$

Но так как вращение происходит с достаточно малой угловой скоростью по отношению к скорости полета, то можно заменить $\sin \frac{\omega z}{V}$ и $\cos \frac{\omega z}{V}$ соответственно $\frac{\omega z}{V}$ и 1,0.

Тогда уравнение (52) может быть записано в следующем виде:

$$M_y = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \rho \Gamma(z) \omega z dz - \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{\omega}{V} \rho \Gamma(z) V z^2 dz. \quad (53)$$

Сделав соответствующую замену, преобразовывая и интегрируя в указанных пределах, будем иметь:

$$M_y = -ql^3 \mu_k^2 \frac{\pi}{4} \sum_n (2n+1) A_n A_{n+1} + q \frac{\omega l}{2V} l^3 \frac{\pi}{8} (A_1 + A_3). \quad (53')$$

Коэффициент момента рысканья будет:

$$c_{my\omega} = -\mu_k^2 \frac{\pi}{4} \lambda \sum_n (2n+1) A_n A_{n+1} + \frac{\omega l}{2V} \lambda \frac{\pi}{8} (A_1 + A_3).$$

Числовое значение $c_{my\omega}$ может быть получено при помощи диаграммы фиг. 46 для данного угла атаки по формуле:

$$c_{my\omega} = \left(\frac{c_{my\omega}}{c_{mD}} \right) c_{mD} \frac{\alpha^\circ}{57,3}.$$

5. Отношение индуктивного момента рысканья к моменту демпфирования крена.

$$\frac{M_{y\omega}}{M_D} = \frac{c_{my\omega}}{c_{mD}} = \frac{\omega l}{2V} \lambda \frac{\pi}{8} \left(\frac{A_1 + A_3}{A_2} \right) - \mu_k \frac{\sum_n (2n+1) A_n A_{n+1}}{A_2}. \quad (54)$$

Это отношение приведено в табл. XIV и нанесено на диаграмме фиг. 46 для $\alpha_k = 1$ и $\frac{\omega l}{2V} = 1$.

Фиг. 46.
Отношение
индуктивного
момента рысканья
к моменту
демпфирования
крена
вращающихся
относительно
продольной оси
крыльев

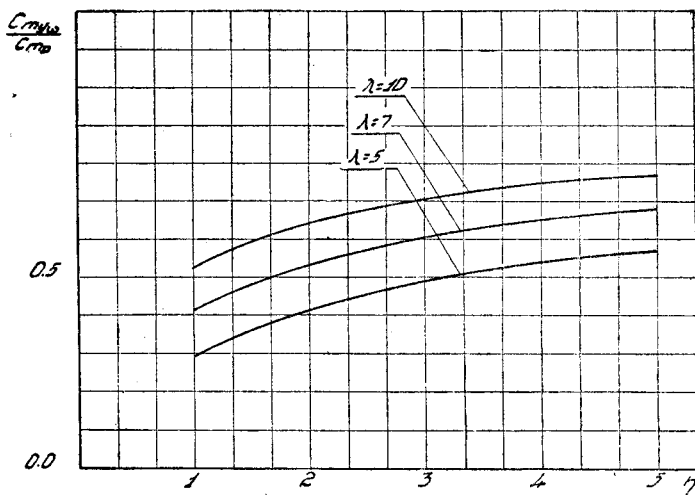


Таблица XIV

Отношение индуктивного момента рысканья к моменту демпфирования
для крыльев, вращающихся относительно продольной
оси при $\alpha_k = 1$ и $\frac{\omega l}{2V} = 1$

$\lambda \backslash \eta$	1	2	3	4	5
5	0,2933	0,4183	0,4907	0,5392	0,5720
7	0,4129	0,5365	0,6032	0,6498	0,6790
10	0,5254	0,6412	0,7045	0,7533	0,7686

6. Увеличение подъемной силы на полуразмахе

$$\Delta P_w = ql^2 \mu_k R_5,$$

где

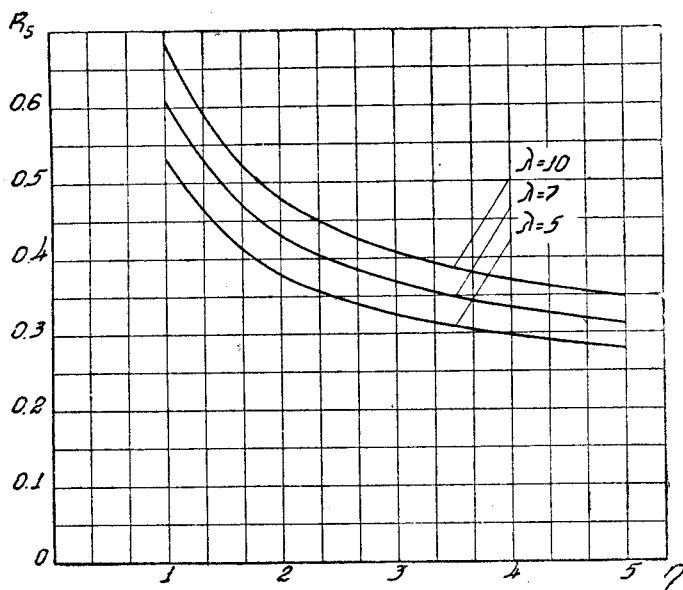
$$R_5 = \sum A_{n\omega} (-1)^{\frac{n}{2}+1} \frac{2n}{n^2-1} \quad (55)$$

приведено в табл. XV и нанесено на диаграмме фиг. 47.

Таблица XV

Значения R_5 для вращающегося крыла в зависимости от параметров крыла
при $\frac{\omega l}{2V} = 1$

$\lambda \backslash \eta$	1	2	3	4	5
5	0,5302	0,3783	0,3244	0,2963	0,2789
7	0,6080	0,4300	0,3671	0,3342	0,3102
10	0,6834	0,4793	0,4074	0,3701	0,3470



Фиг. 47

Равенство коэффициентов $A_{2\phi}$ и $A_{2\omega}$ или, что одно и то же, момента крена и момента демпфирования крена по абсолютной величине означает, что вращение установившееся и приводит к следующему соотношению ¹:

$$\frac{\omega l}{2V} = 2 \cdot \kappa \cdot \frac{\left(\frac{A_2}{2\alpha_9} \right)}{\left(\frac{A_2}{\frac{\omega l}{2V}} \right)} \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta^\circ_{\text{эф}}}{57,3}.$$

Значения $R_6 = \frac{\left(\frac{A_2}{2\alpha_9} \right)}{\left(\frac{A_2}{\frac{\omega l}{2V}} \right)}$ приведены в табл. XVI и нанесены на диа-

грамме фиг. 48 для $\frac{\omega l}{2V} = 1$ и $2\alpha_9 = 1$, в зависимости от сужения, удлинения крыла и относительной длины элеронов.

Коэффициент R_6 представляет собой отношение момента крена к моменту демпфирования крена для $2\alpha_9 = 1$ и $\frac{\omega l}{2V} = 1$.

Но так как момент крена почти так же изменяется от параметров крыла, как и момент демпфирования крена, то отношение этих моментов показывает, что оно пренебрежимо мало зависит от степени трапецевидности и удлинения крыла и, следовательно, влиянием этих параметров можно пренебречь.

Поэтому на фиг. 48 представлена осредненная кривая для всех сужений и удлинений крыла, которой и будем в дальнейшем пользоваться. Угловая скорость установившегося вращения самолета на малом угле

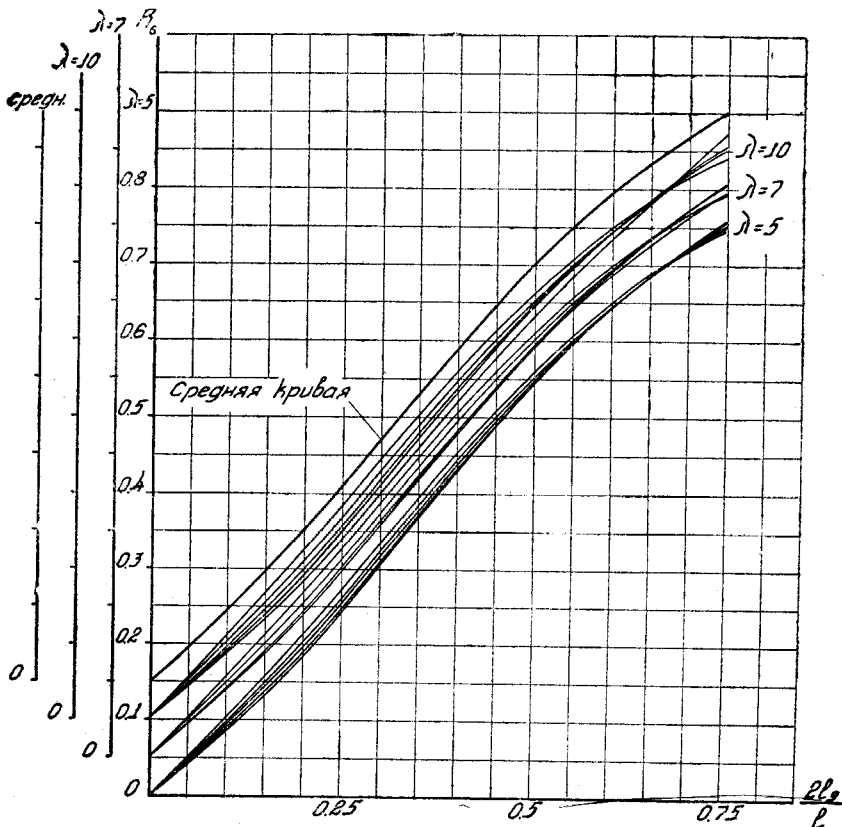
¹ Здесь момент крена взят с экспериментальными поправками.

Теоретическое отношение момента крена к моменту демпфирования— R_0

для $2\alpha_0 = 1$ и $\frac{\omega l}{2V} = 1$

$\lambda = 5$

$\frac{2l_0}{l} \backslash \eta$	1	2	3	4	5
0,25	0,2723	0,2612	0,2544	0,2488	0,2431
0,5	0,5598	0,5531	0,5485	0,5464	0,5453
0,75	0,7495	0,7492	0,7534	0,7576	0,7598
$\lambda = 7$					
0,25	0,2781	0,2647	0,2565	0,2493	0,2470
0,5	0,5612	0,5531	0,5480	0,5452	0,5422
0,75	0,7443	0,7471	0,7547	0,7579	0,7591
$\lambda = 10$					
0,25	0,2849	0,2693	0,2582	0,2495	0,2392
0,5	0,5628	0,5538	0,5480	0,5449	0,5329
0,75	0,7400	0,7442	0,7515	0,7581	0,7740



Фиг. 48. Отношение момента крена к моменту демпфирования крена в функции относительной длины элерона для $2\alpha_0 = 1$ и $\frac{\omega l}{2V} = 1$

атаки α_k в зависимости от формы крыла в плане, формы и размеров элеронов постоянной относительной глубины и угла отклонения их может быть определена из формулы:

$$\omega_{\max} = 4 \frac{V}{l} \times R_6 \frac{d\alpha_s}{d\delta} \frac{\delta_{\text{эф}}}{57,3} \quad (56)$$

Здесь следует отметить то обстоятельство, что теоретический момент демпфирования крена не зависит от угла атаки, а зависит исключительно от угловой скорости вращения и формы крыла в плане.

В действительности же момент демпфирования крена будет уменьшаться по сравнению с теоретическим его значением с того момента, когда угол атаки конца крыла при вращении $\alpha^\circ_{\text{конц}} = \alpha^\circ_k + \frac{\omega l}{2V} 57,3$ будет достигать значения, соответствующего нелинейному участку c_y по α , и при некоторой угловой скорости вращения он может исчезать и даже быть обратного знака. Поэтому теоретическое значение коэффициента демпфирования крена будет справедливо для небольших углов атаки и не слишком больших угловых скоростей вращения.

Нами произведен ряд сравнений теоретического коэффициента момента демпфирования крена ($c_{mD \text{ теор}}$) с экспериментальными значениями его, полученными американскими исследователями для моделей в аэродинамической трубе при $\frac{\omega l}{2V} = 0,05$. Эти сравнения сделаны для средних значений c_{mD} при нейтральных элеронах для $\alpha = 0^\circ$; результаты сравнения сводим в таблицу¹.

Параметры крыла	$\lambda = 6$ $\eta = 5$	$\lambda = 6$ $\eta = 5/3$	$\lambda = 6$ $\eta = 1$
$c_{mD \text{ теор}}$	0,0195	0,023	0,0241
$c_{mD \text{ экспер}}$	0,019	0,022	0,022

Как видим из сравнения, совпадение получается вполне удовлетворительное. Крыло с сужением $\eta = 1$ дает большее расхождение, что происходит из-за заниженного экспериментального значения коэффициента c_{mD} . В самом деле, коэффициент момента демпфирования крена для крыла с $\eta = 1$ должен быть больше этого же коэффициента для крыла с $\eta = 5/3$, чего мы не наблюдаем в данном случае в эксперименте.

V. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ЭЛЕРОНОВ

Оценку действия элеронов при управлении ими нельзя давать величиной коэффициента момента крена, понятно, что одна и та же величина момента крена для различных самолетов вызовет различный эффект воздействия на них. Поэтому для оценки влияния размеров элеронов необходимо еще учитывать как инерционные качества самолета в целом, так и демпфирующие качества крыла. Существует несколько разнообразных точек зрения на оценку эффективности элеронов, которых мы здесь приводить не будем. Укажем лишь, что об эффективности элеронов с точки зрения маневренности самолета принято судить по угловой скорости установившегося вращения, вызванной отклонением элеронов.

¹ Здесь угол атаки измеряется не от нуля подъемной силы.

Об эффективности элеронов с точки зрения управляемости часто судят по угловому ускорению, вызванному внезапным отклонением элеронов. В настоящем разделе, как и везде, мы будем рассуждения вести для линейного участка изменения коэффициента подъемной силы от угла атаки, так как аналитическое исследование поперечной управляемости в области максимальных значений коэффициента подъемной силы сталкивается с большими трудностями, вытекающими из физической природы самого явления.

Напишем дифференциальное уравнение вращательного движения, вызванного отклонением элеронов.

$$I_x \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(\frac{M_D}{\omega} \right) \frac{d \varphi}{dt} + \left(\frac{M_x}{\delta} \right) \delta(t) = 0, \quad (57)$$

где I_x — момент инерции самолета относительно продольной оси;

M_D — момент демпфирования крена;

M_x — момент крена, вызванный отклонением элеронов;

$\frac{d \varphi}{dt} = \omega$ — угловая скорость вращения.

Так как элероны летчиком отклоняются не мгновенно, то, вообще говоря, момент крена будет функцией времени.

С целью определения характера движения во время неустановившегося движения крена будем пользоваться гипотезой стационарности, которая сводится к тому, что истинный поток в данный момент заменяется установившимся, и таким образом, момент демпфирования крена будет определяться в каждый момент времени для угловой скорости, соответствующей этому моменту.

Дифференциальное уравнение вращательного движения написано для „чистого“ вращения, в действительности же такое движение может осуществляться до тех пор пока не станет заметной связь между моментами вокруг продольной и вертикальной осями и пока не появится заметное боковое скольжение. Вообще говоря, с принципиальной точки зрения нельзя делать разграничение между вращением вокруг продольной, вертикальной осями и скольжением, однако, все же можно допустить изолированное рассмотрение вращения вокруг продольной оси в первые моменты времени после его возникновения.

Если допустить, что летчик внезапно может отклонять элероны, действие которых было бы без запаздывания, то тогда дифференциальное уравнение примет вид:

$$I_x \frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \left(\frac{M_D}{\omega} \right) \omega + \left(\frac{M_x}{\delta_{\text{эф}}} \right) \delta_{\text{эф}} = 0. \quad (57')$$

Решая это дифференциальное уравнение, получим выражение для определения угловой скорости в любой момент времени

$$\omega = \frac{\left(\frac{M_x}{\delta_{\text{эф}}} \right) \delta_{\text{эф}}}{\left(\frac{M_D}{\omega} \right)} (1 - e^{-qt}), \quad (58)$$

где

$$q = - \frac{\left(\frac{M_D}{\omega} \right)}{I_x} \text{ и } e = 2,71828.$$

Или подставляя значение M_x и M_D соответственно из (33') и (51) с поправочными коэффициентами, получим:

$$\omega = 4 \frac{V}{l} \cdot \kappa R_6 \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta_{\text{эф}}^\circ}{57,3} (1 - e^{-qt}).$$

Но величина e^{-qt} быстро стремится к нулю и тогда угловая скорость будет максимальной

$$\omega_{\max} = 4 \frac{V}{l} \cdot \kappa R_6 \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta_{\text{эф}}^\circ}{57,3}. \quad (58')$$

Из формулы (58') видно, что самолеты с крыльями одинаковых размахов будут одинаково маневренны, т. е. способны достигать одной и той же величины максимальной угловой скорости, если элероны будут одной и той же относительной длины при равном значении эффективного угла атаки ($k_b \alpha_9$).

Если заменить размах через площадь и удлинение, то будем иметь:

$$\omega_{\max} = 4 \cdot \kappa \cdot \frac{V}{V \lambda S} R_6 \frac{d\alpha_9}{d\delta} \frac{\delta_{\text{эф}}^\circ}{57,3}. \quad (58'')$$

Как видим из формулы (58''), угловая скорость установившегося вращения для крыльев одной и той же площади и одних и тех же относительных размеров элеронов $\frac{b_9}{b}$ и $\frac{2l_9}{l}$ обратно пропорциональна корню квадратному из удлинения, так как R_6 практически не зависит от удлинения (фиг. 48) и не зависит от сужения (трапецевидности) крыла. Кроме того, следует указать, что угловая скорость установившегося вращения не зависит от I_x — момента инерции самолета.

Подбор элеронов

До настоящего времени еще не выработан метод для определения рациональных размеров элеронов для различных типов самолетов; это можно было бы сделать, если бы существовали установившиеся критерии для оценки эффективности элеронов. К сожалению, критериев, позволяющих определить размеры элеронов в зависимости от типа самолета и формы крыла в плане, пока еще нет. Это обстоятельство заставляет конструктора при определении размеров элеронов базироваться, главным образом, на статистику. Существует американский критерий управляемости, который оценивает начальное ускорение конца крыла

$$RC = \frac{c_{mx}}{c_y} \frac{I_{x \text{ пр. пл}}}{I_{x \text{ пл}}},$$

где $I_{x \text{ пл}}$ — момент инерции площади рассматриваемого крыла;

$I_{x \text{ пр. пл}}$ — момент инерции равновеликого прямоугольного крыла такого же размаха.

Этот критерий обладает тем существенным недостатком, что, удовлетворяя ему, размеры элеронов на крыльях малых удлинений должны быть больших относительных размеров по сравнению с элеронами на крыльях средних удлинений, что противоречит практике.

Если написать уравнение вращательного движения (57') для момента, когда $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = 0$,

$$I_x \varepsilon + \left(\frac{M_x}{\delta} \right) \delta = 0,$$

где $\varepsilon = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$ — угловое ускорение и положить, что $I_x = k I_{x\text{пл}}$, т. е. положить, что вес единицы площади крыла данного самолета постоянен и пренебрежимо мало меняется для данного класса самолетов, тогда будем иметь:

$$\varepsilon = \frac{c_{mx} q S l}{k I_{x\text{пл}}}$$

или отсюда можно написать так:

$$KY = \frac{k \varepsilon \sqrt{S}}{q} = \frac{c_{mx} I_{x\text{пр.пл}}}{\sqrt{\lambda} I_{x\text{пл}}} \quad (59)$$

Это выражение может служить критерием управляемости.

Сохраняя величину KY постоянной, мы тем самым требуем для самолетов данного класса одинаковых размеров (имеющих равную площадь крыльев), одинаковое угловое ускорение. С увеличением площади крыльев самолета маневренность будет уменьшаться, это означает, что самолеты больших размеров должны быть менее маневренны по сравнению с самолетами меньших размеров; такое теоретическое соображение находит свое подтверждение на практике.

Напишем критерий управляемости для трапецевидных крыльев, выразив $I_{x\text{пл}}$ через сужение η :

$$I_{x\text{пл}} = \frac{b_k l^3}{48} \left(1 + \frac{3}{\eta} \right),$$

тогда

$$KY = \frac{k \varepsilon \sqrt{S}}{q} = 24 \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \frac{1 + \frac{1}{\eta}}{1 + \frac{3}{\eta}} c_{mx} \quad (59')$$

Теперь на основании приведенного критерия сделаем подбор размеров элеронов для выбранного класса трапецевидных крыльев, которые бы давали равную управляемость, т. е. сохраняли бы $KY = \text{const.}$ Для выбора числовой величины KY зададимся размерами исходного элерона на прямоугольном крыле.

Но прежде чем задаться числовой величиной KY или исходным размером элерона, сделаем несколько предварительных замечаний, позволяющих обосновать выбор KY .

В связи с непрерывным увеличением диапазона скоростей, при сохранении посадочной скорости, необходимо применять щитки-закрылки, и естественно, что по этой причине в практике наблюдается тенденция к сокращению относительной длины элерона, позволяющая одновременно распространить щитки на большую часть размаха. Здесь кстати следует указать, что исследование А. И. Сильмана показало, что элероны с достаточно малой длиной и обычной относительной хордой вполне обеспечивают необходимую управляемость самолета¹.

Имея в виду вышесказанное, мы выбрали значение KY , исходя из прямоугольного крыла с удлинением 6 и элеронов относительных размеров

¹ А. И. Сильман. Исследование эффективности элеронов малой площади на двух крыльях с различными профилями. Техн. зам. ЦАГИ, № 122, 1936 г.

$\frac{2'I_3}{l} = 0,35$ и $\frac{b_3}{b} = 0,20$ при $\delta = 25^\circ$ или $\delta_{\text{эф}} = 18,75^\circ$. Тогда из выражения для KY получим следующее соотношение:

$$0,0174 \sqrt{\lambda} \frac{1 + \frac{3}{\eta}}{1 + \frac{1}{\eta}} \frac{1}{k_\eta} = k_b k_l \zeta \frac{d\alpha_3}{d\delta}$$

или

$$k_b \frac{d\alpha_3}{d\delta} \cdot k_l \zeta = c, \quad (60)$$

где c приведено в таблице в зависимости от λ и η . Значение коэффициентов c для других значений KY должно пропорционально измениться.

$\lambda \backslash \eta$	1	2	3	4	5
5	0,0778	0,0665	0,0615	0,059	0,0577
7	0,0925	0,0785	0,074	0,070	0,0685
10	0,1102	0,094	0,087	0,0835	0,0817

Соотношение (60) может быть выполнено при элеронах различной формы.

Введем понятие об эквивалентном элероне. Элероном, эквивалентным данному элерону на данном крыле, будем называть такой элерон, который при одном и том же угле отклонения его будет давать одни и те же моменты крена. Очевидно, что эквивалентный элерон с меньшей длиной будет иметь большую хорду и, наоборот, более длинному элерону будет соответствовать меньшая хорда.

Условие для сохранения постоянства момента крена для элеронов различной формы напишется так¹:

$$M_x = M_{x1}.$$

Для элеронов постоянной относительной глубины это равенство может быть переписано в следующем виде:

$$k_b k_l \zeta \frac{d\alpha_3}{d\delta} = k_{b1} k_{l1} \zeta_1 \left(\frac{d\alpha_3}{d\delta} \right)_1, \quad (61)$$

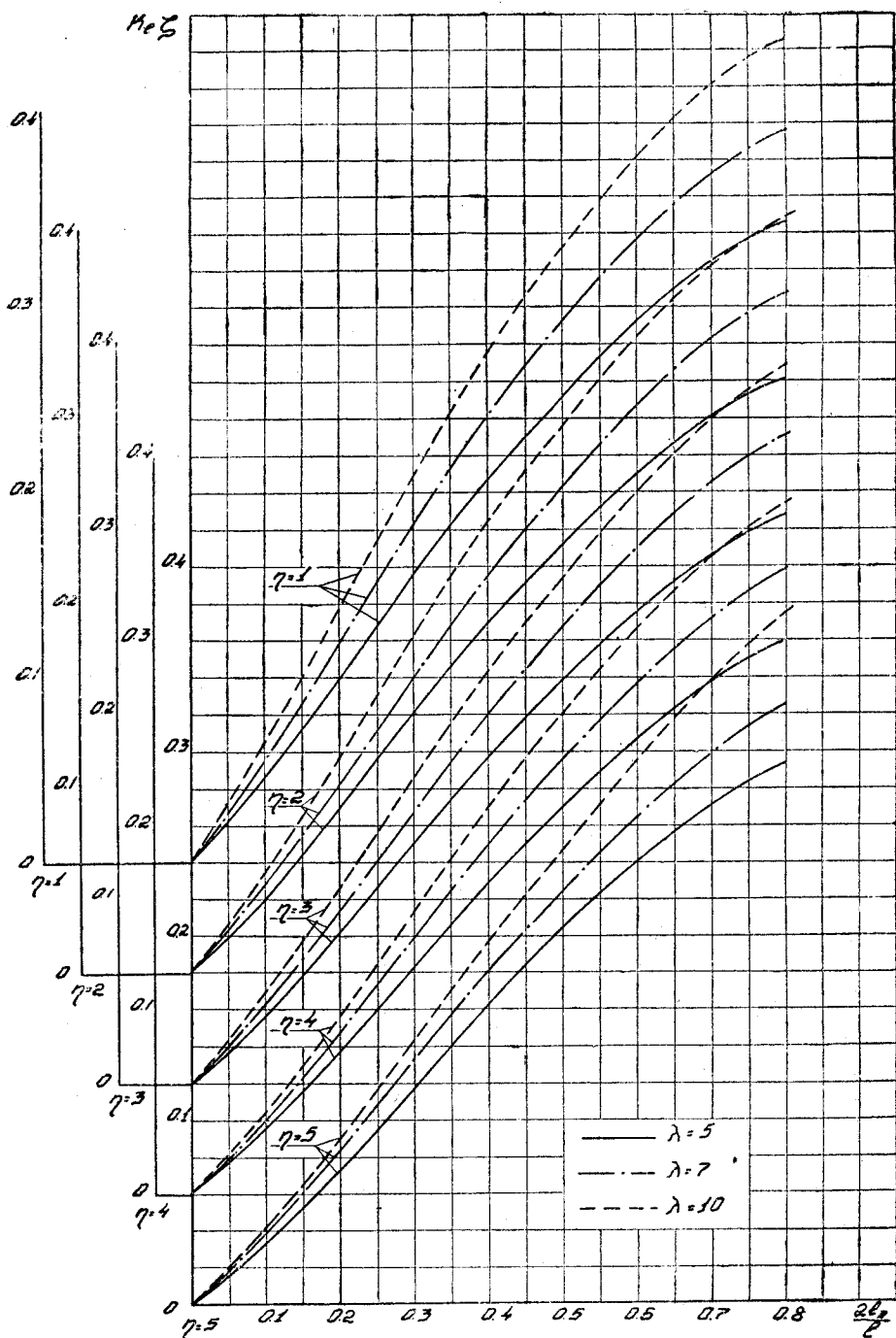
где значения k_b , k_l и ζ приведены соответственно на диаграммах фиг. 24 и 31 в зависимости от параметров крыла и элеронов.

Как видно из выражения (61), условие равенства моментов будет справедливо для любого угла отклонения элеронов. При определении размеров эквивалентного элерона можно поступать двояко: задаваться длиной элерона и тогда отыскивать относительную хорду или, наоборот, задаваться относительной хордой и находить соответствующую ей длину элерона.

В самом деле, задаваясь новой длиной элерона и соответственно беря значение $k_l \zeta$ из диаграммы фиг. 49 для данной формы крыла в плане, найдем численное значение $k_{b1} \left(\frac{d\alpha_3}{d\delta} \right)_1$ из выражения

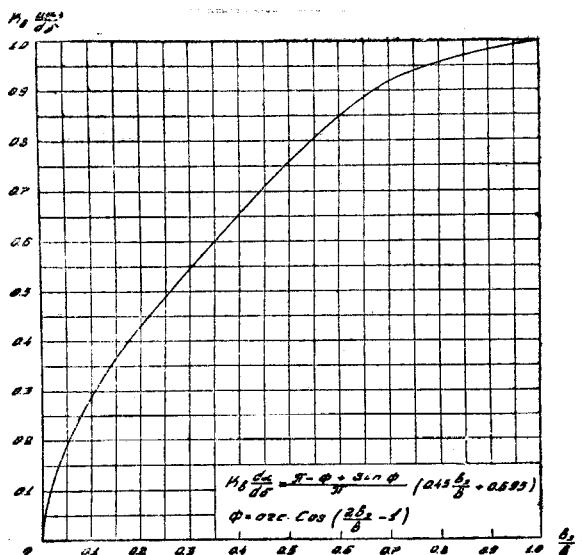
$$k_{b1} \left(\frac{d\alpha_3}{d\delta} \right)_1 = \frac{k_l \zeta}{k_{l1} \zeta_1} k_b \frac{d\alpha_3}{d\delta}.$$

¹ Здесь и далее индекс 1 соответствует искомому эквивалентному элерону.



Фиг. 49. Зависимость коэффициента $k_l \zeta$ трапецевидных крыльев от относительной длины элерона

Затем из фиг. 50 по данному значению $k_{b_1} \left(\frac{d\alpha}{d\delta} \right)_1$ находим относительную глубину элерона $\left(\frac{b_2}{b} \right)$. Аналогично, задаваясь новой относительной глуби-



Фиг. 50. Числовые значения $k_b \frac{d\alpha_3}{d\delta}$

в функции $\frac{b_3}{b}$

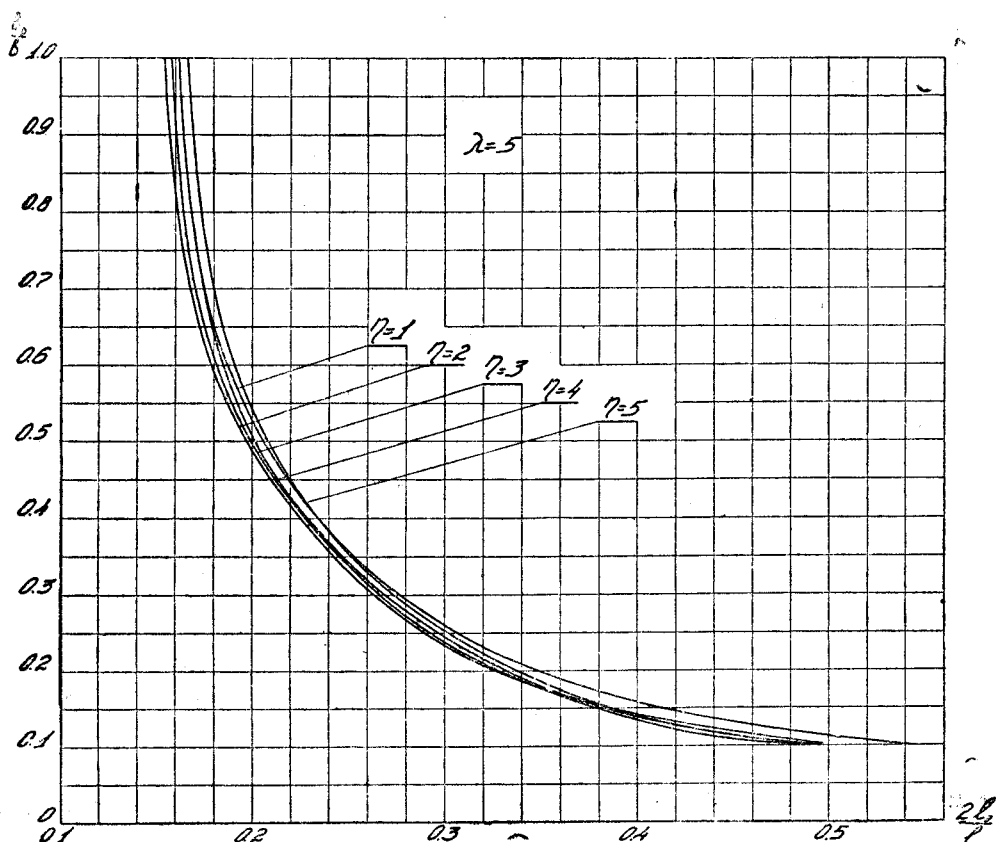
ной и соответственно величиной $k_{b1} \left(\frac{d\alpha_3}{d\delta} \right)_1$ согласно диаграммы, найдем численное значение $k_{l1} \zeta_1$ из выражения:

$$k_{l1} \zeta_1 = \frac{k_b \frac{d\alpha_3}{d\delta}}{k_{b1} \left(\frac{d\alpha_3}{d\delta} \right)_1} k_l \zeta$$

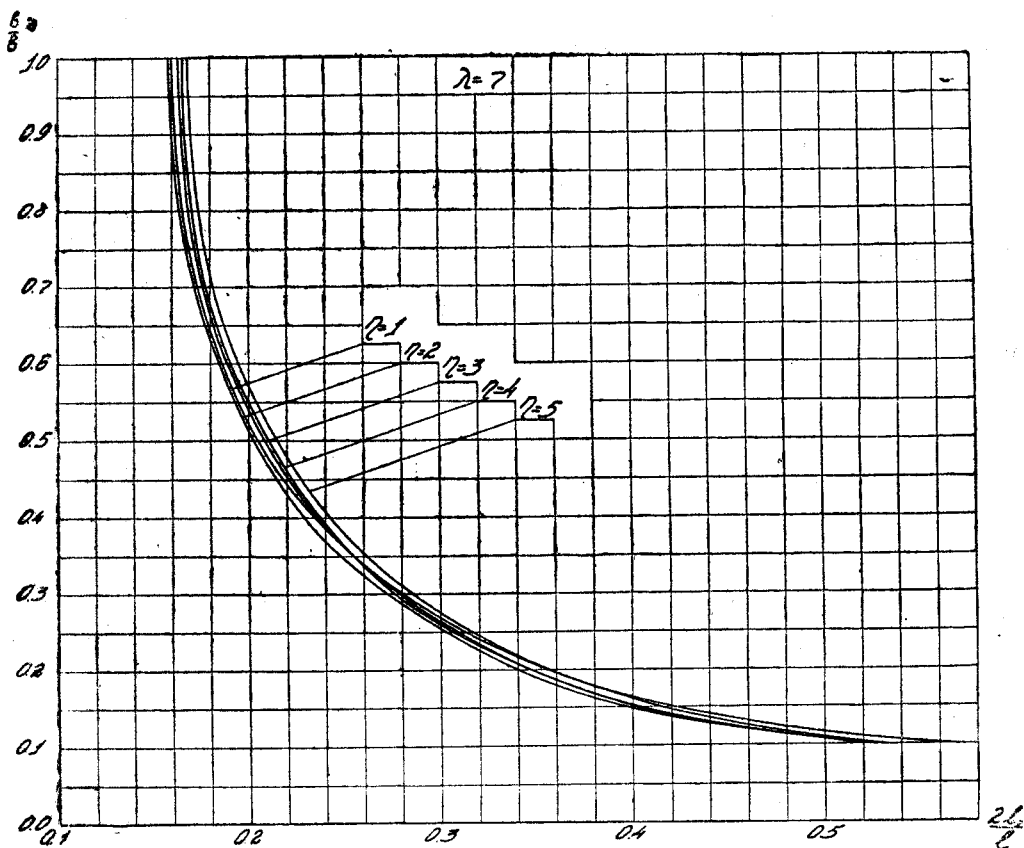
и из кривой фиг. 49 по данному значению $k_{l1} \zeta_1$ находим относительную длину элерона

$$\left(\frac{2l_3}{l} \right).$$

Таким образом, мы теперь имеем весьма простое выражение связи длины и ширины элерона, варьируя величиной, одной из которых будем



Фиг. 51. Зависимость между длиной и хордой элерона на трапецевидных крыльях, обеспечивающих равную управляемость



Фиг. 52. Зависимость между длиной и хордой элерона на трапецевидных крыльях, обеспечивающих равную управляемость

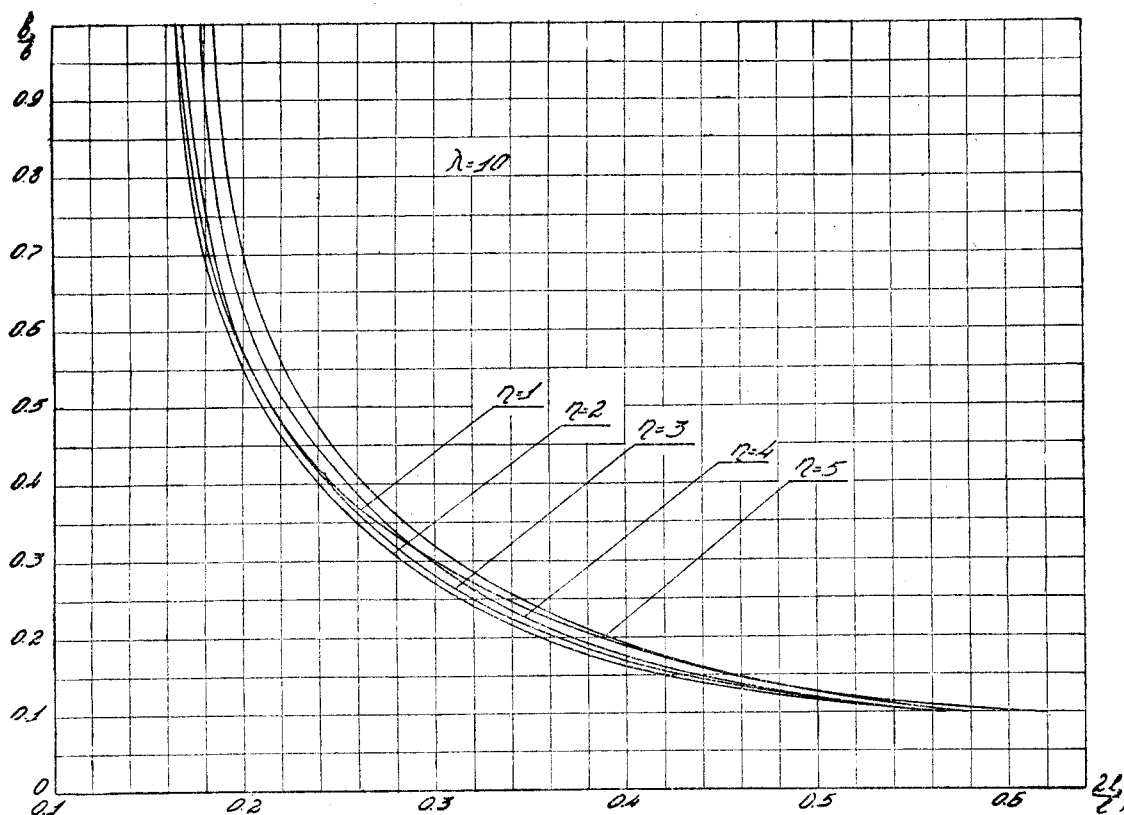
получать новое значение другой, не меняя при этом величины момента крена. Воспользовавшись формулой (60) и графиками фиг. 49 и 50, находим по вышеуказанному способу эквивалентные элероны, дающие равное значение KY в зависимости от удлинения (λ) и сужения (η) крыла, размеры которых представлены кривыми на диаграммах фиг. 51, 52 и 53.

Эти кривые даны для элерона от $\frac{b_s}{b} = 0,10$ и до $\frac{b_s}{b} = 1,0$, т. е. до концевое, по которым без труда можно найти размеры (хорду и длину) эквивалентных элеронов, обеспечивающих равную управляемость самолету. Размеры эквивалентных элеронов, как видно из кривых фиг. 51, 52 и 53, мало меняются от сужения и удлинения крыла.

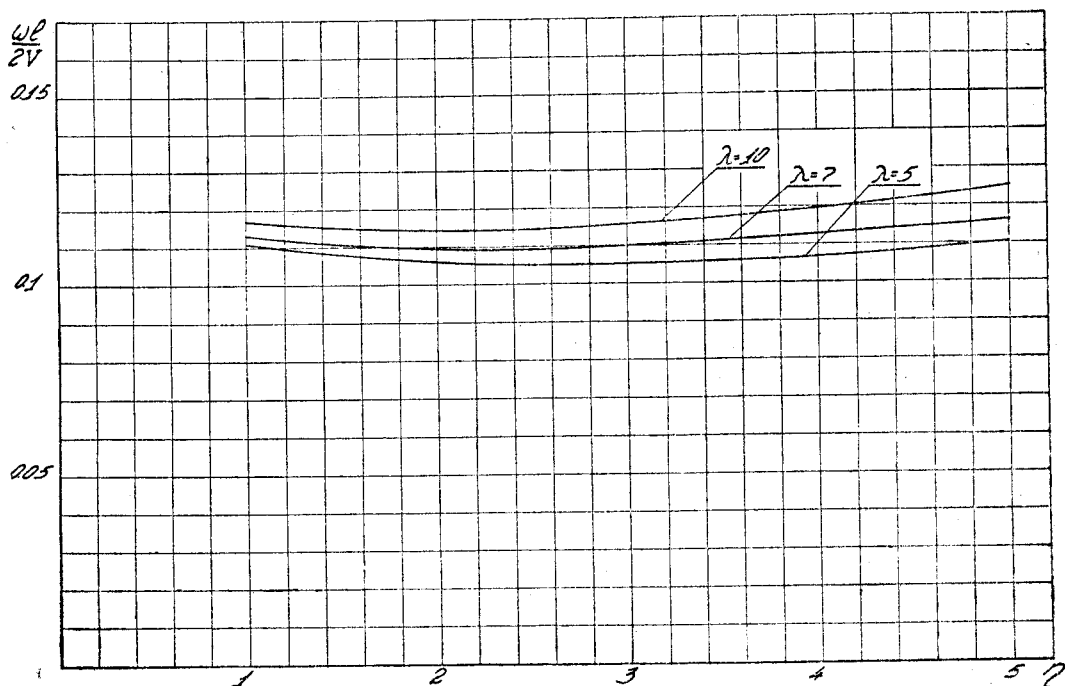
Для полученных размеров элеронов, обеспечивающих равную управляемость, определены угловые скорости (ω_{\max}) установившегося вращения по формуле (56) для угла отклонения $\delta = 25^\circ$ или $\delta_{\text{эф}} = 18,75^\circ$. Средние значения этих угловых скоростей нанесены на диаграмму фиг. 54 в безразмерной форме $\left(\frac{\omega l}{2V}\right)^1$.

Как видно из кривых фиг. 54, значение $\frac{\omega l}{2V}$ мало меняется от су-

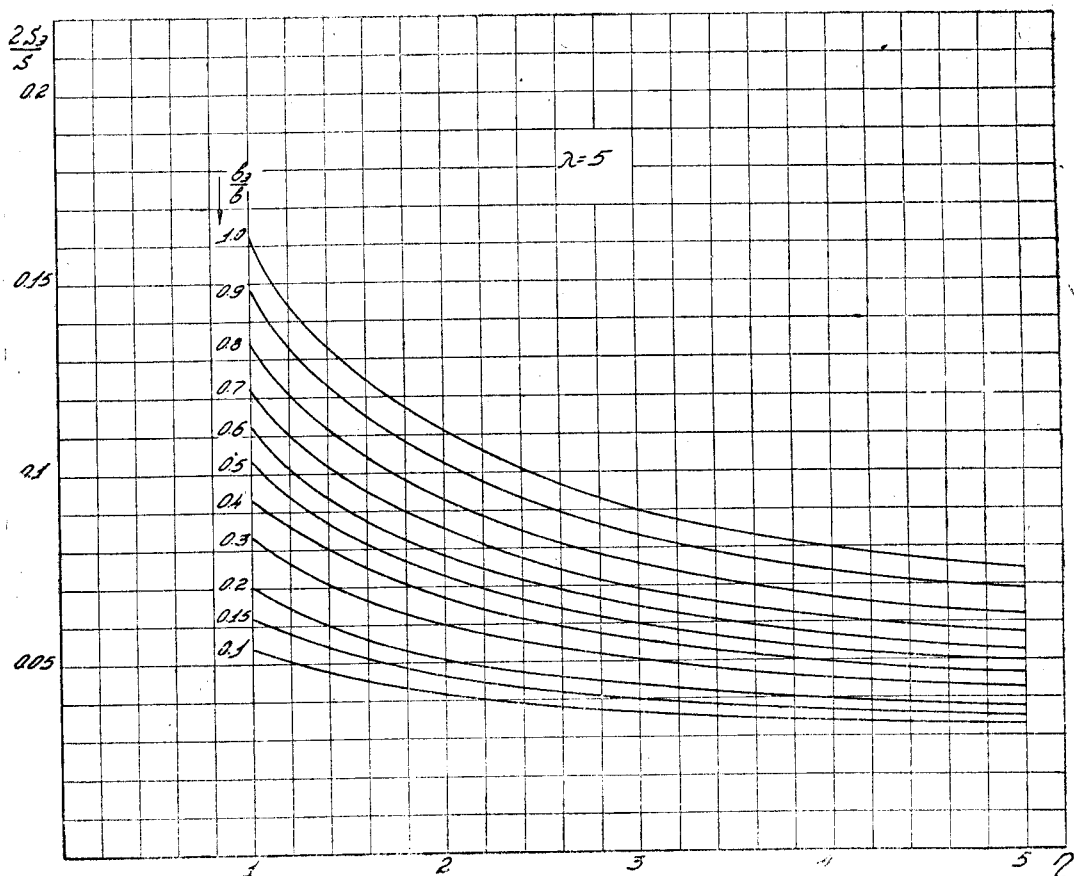
¹ Строго говоря, теоретически, если бы мы не вводили эмпирических поправок и не пользовались осредненной кривой фиг. 48, мы должны были получить для всех эквивалентных элеронов данного крыла значение $\frac{\omega l}{2V}$ одно и то же.



Фиг. 53. Зависимость между длиной и хордой элерона на трапециевидных крыльях, обеспечивающих равную управляемость



Фиг. 54. Среднее значение относительной угловой скорости для трапециевидных крыльев с элеронами, дающими равную управляемость при $\delta = 20^\circ$



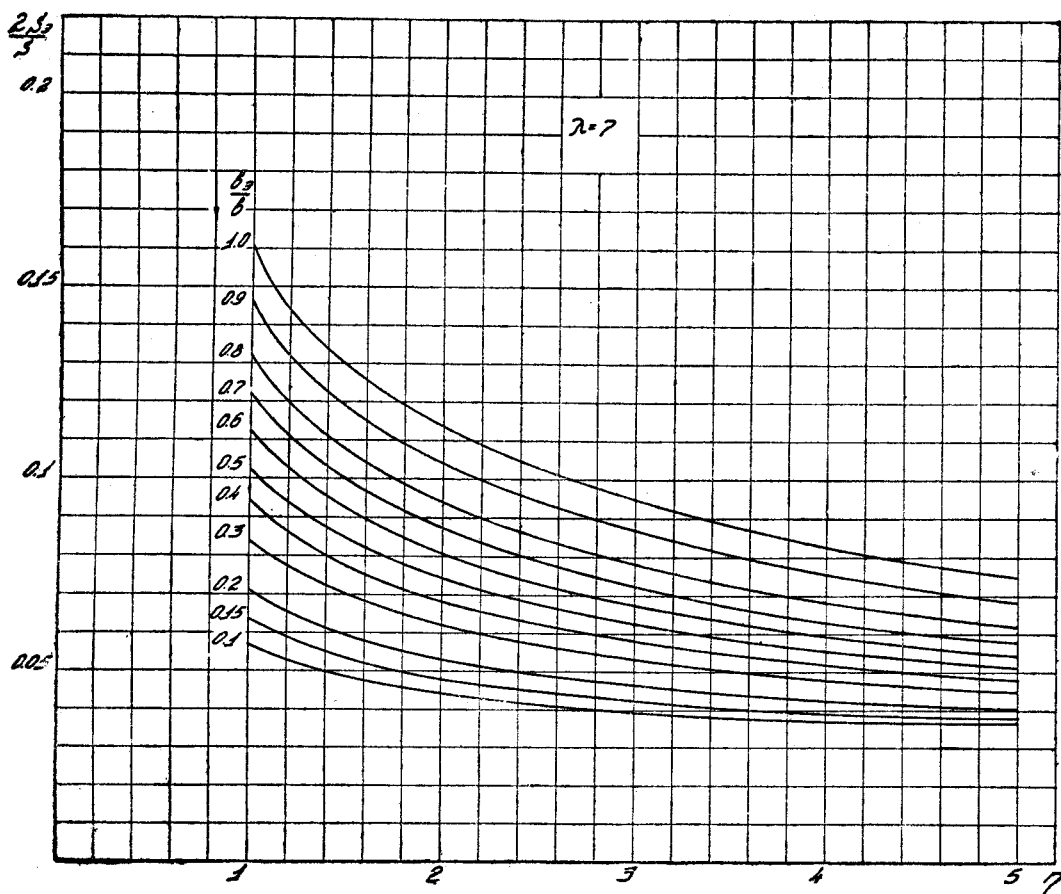
Фиг. 55. Зависимость между $\frac{2S_{\text{э}}}{S}$ и η для элеронов, дающих одинаковую управляемость

жения. Это означает, что самолеты с крыльями разных сужений, обладающие равной управляемостью, будут иметь также практически равную маневренность. Кроме того, с целью оценки полученных размеров элеронов с точки зрения шарнирных моментов нами определены относительные их площади по формуле, полученной из чисто геометрических соображений

$$\frac{2S_{\text{эл}}}{S} = \frac{2l_{\text{э}}}{l} \cdot \frac{b_{\text{э}}}{b} \frac{\frac{2l_{\text{э}}}{l}(\eta - 1) + 2}{\eta + 1}, \quad (62)$$

кривые которых нанесены на фиг. 55, 56 и 57.

Из этих кривых видно, что по мере увеличения относительной хорды относительная площадь элеронов растет. Следует обратить внимание на то, что по мере увеличения сужения крыльев относительная площадь элеронов значительно сокращается, особенно для элеронов с большей относительной хордой. Так, элероны с относительной глубиной $\frac{2b_{\text{э}}}{b} = 1$ на крыле (с сужением) $\eta = 5$ составляют лишь 50% площади элеронов крыла с (сужением) $\eta = 1$; это обстоятельство говорит в пользу трапецевидных крыльев.



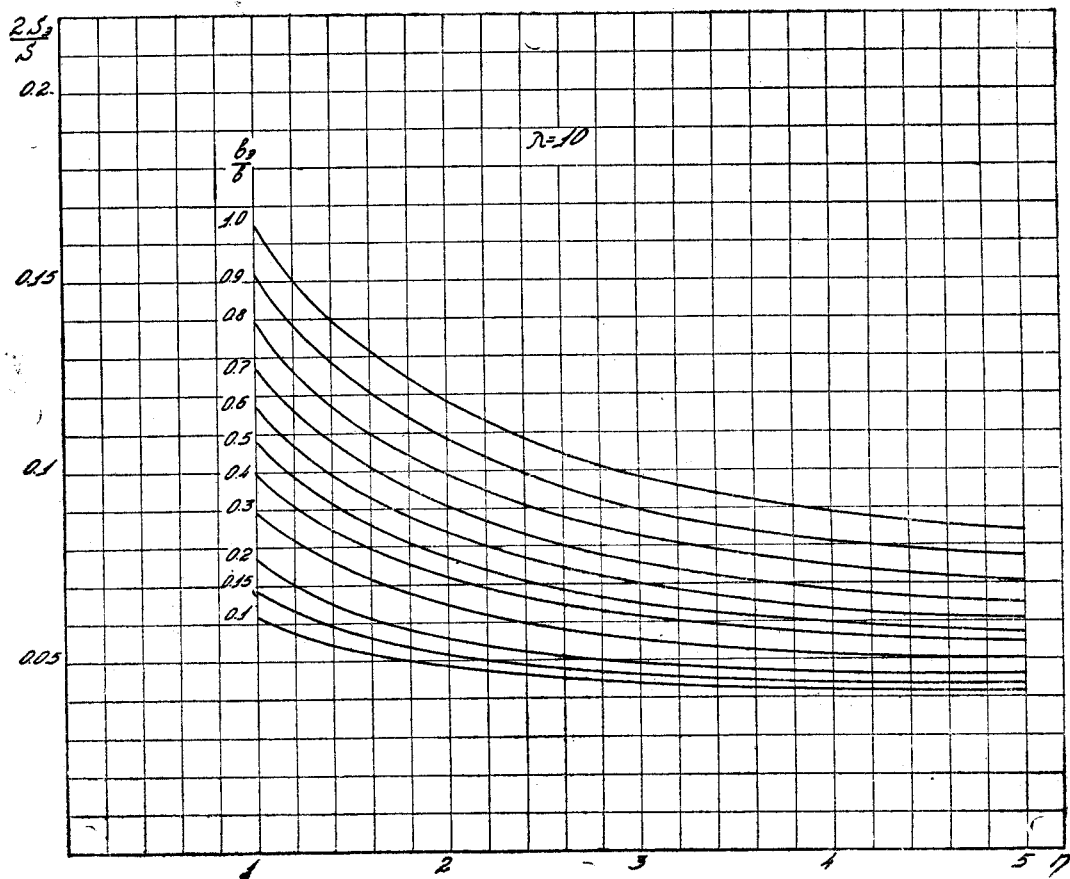
Фиг. 56. Зависимость между $\frac{2S_a}{S}$ и γ для элеронов, дающих одинаковую управляемость

На основании приведенных здесь кривых можно сделать вывод, что самолеты с крыльями равной площади, снабженные элеронами одинаковых относительных размеров, будут обладать одинаковой управляемостью.

Это обстоятельство, однако, говорит в пользу более суженных крыльев, так как при одних и тех же относительных размерах элеронов максимальная угловая скорость (ω_{\max}) будет достигнута более суженными крыльями быстрее вследствие более быстрого падения значения момента инерции от сужения, чем падения момента демпфирования крена.

Кроме того, у более суженных крыльев элероны одинаковых относительных размеров будут иметь меньшую площадь, что позволяет облегчить управление вследствие меньших шарнирных моментов и позволяет по этой же причине отклонения сделать более быстрыми, а также следует отметить, что распределение нагрузки по трапецевидному крылу будет более благоприятное для прочности. Но надо иметь в виду, что у более суженных крыльев вследствие малой индуцированной скорости к концам крыла срыв потока на больших углах атаки наступает раньше; это обстоятельство ухудшает поперечную управляемость на углах атаки, близких к критическим.

Явление преждевременного срыва с концов крыла у крыльев сильно суживающихся можно устранить путем закручивания концов крыла в сторону уменьшения углов атаки или, чтобы не увеличивать профильного сопротивления на скоростном режиме, применяя крыло с набором разных профилей по размаху крыла. Поперечная управляемость на больших уг-

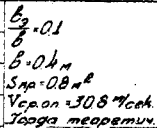


Фиг. 57. Зависимость между $\frac{2S_0}{S}$ и η для элеронов, дающих одинаковую управляемость

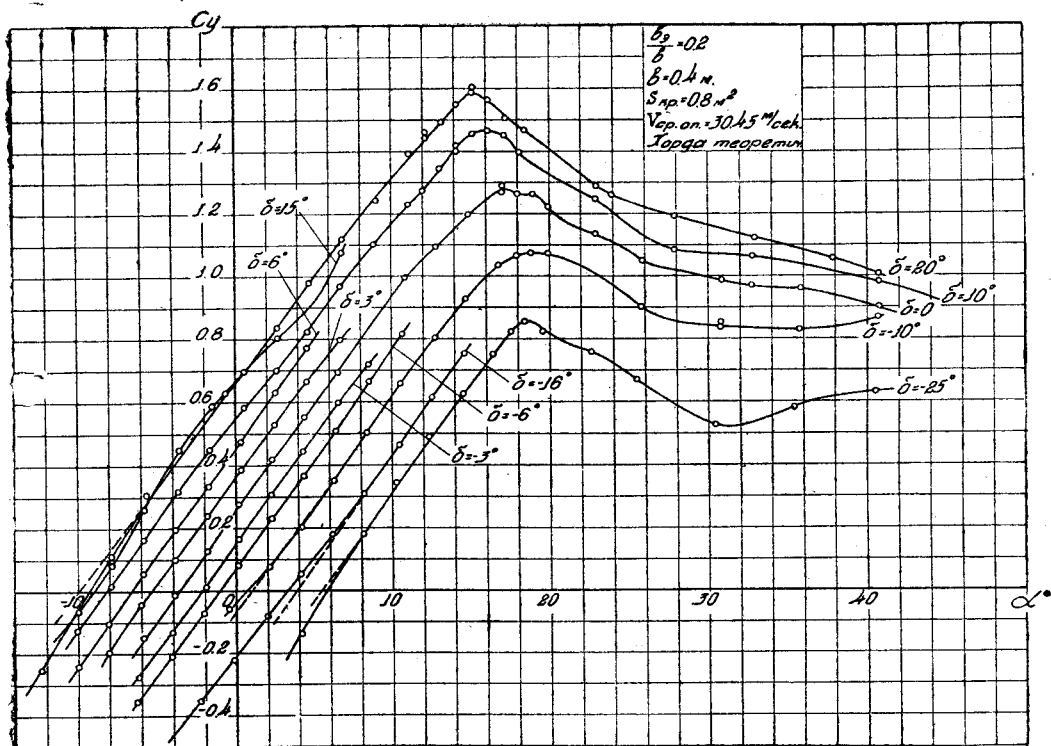
лах атаки трапецевидных крыльев, как показали американские опыты, может быть улучшена путем применения элеронов малой относительной длины и большей относительной хорды, т. е. коротких и глубоких.

Такие элероны хотя и имеют большие шарнирные моменты все же будут выгоднее и с точки зрения потери поперечной управляемости, вызываемой деформацией кручения, так как они создают меньший крутящий момент, который, кстати сказать, будет уменьшаться по мере увеличения трапецевидности крыла. Кроме того, эффективность таких элеронов на углах атаки, близких к критическим, будет большей, чем эффективность элеронов с меньшей относительной глубиной.

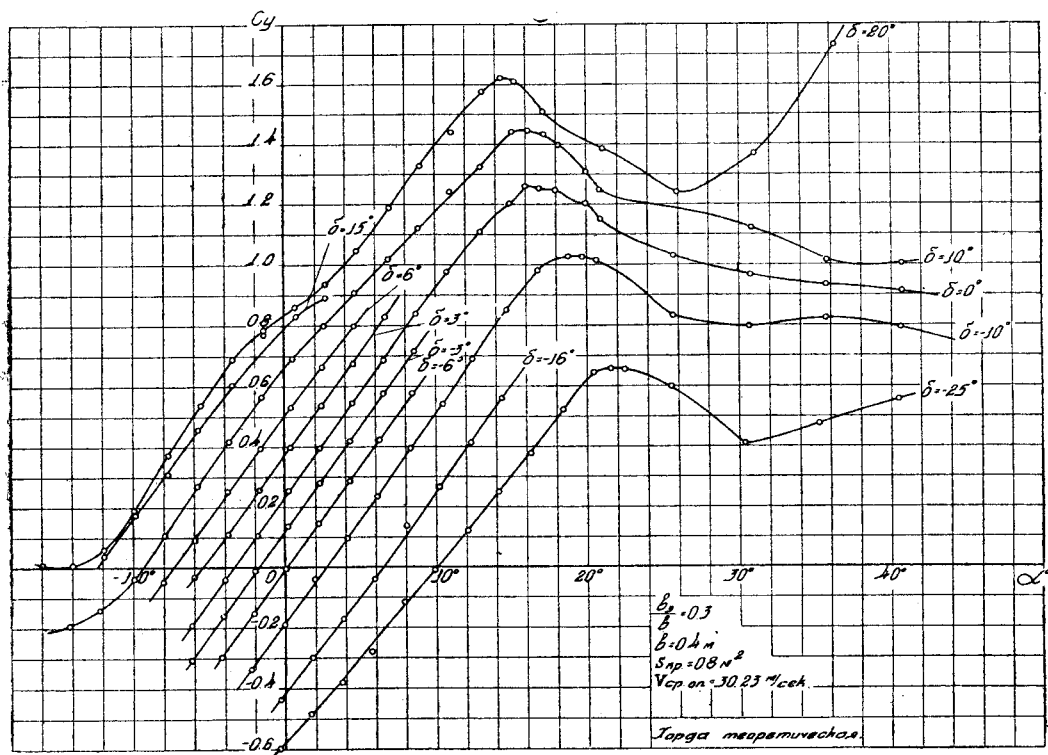
2



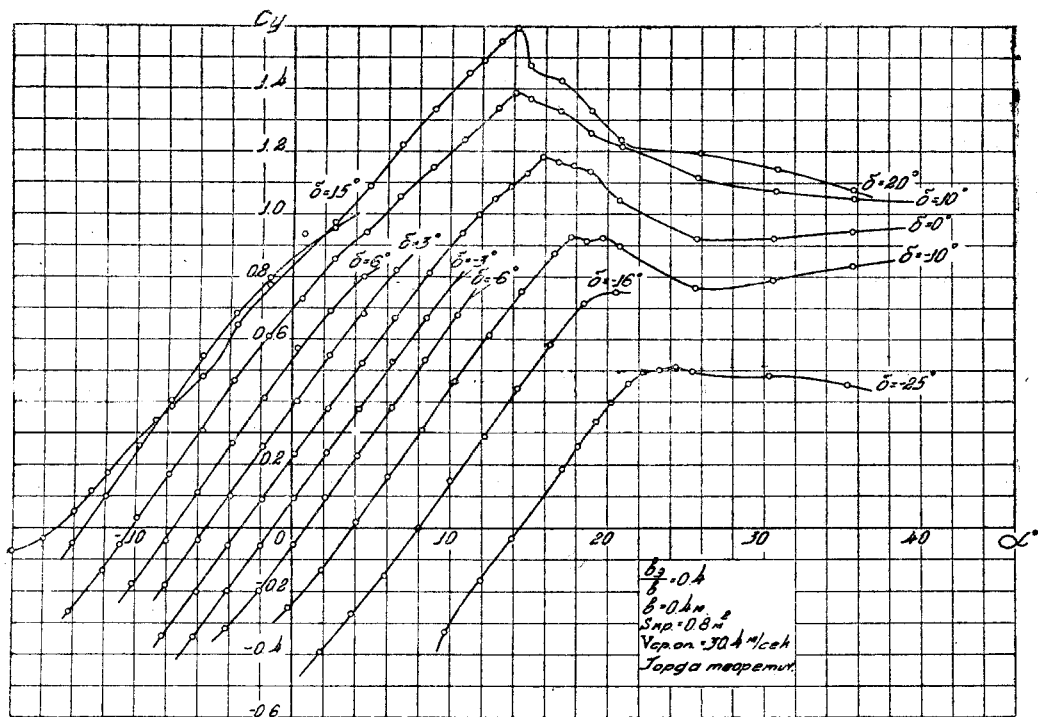
Профиль Clark-Y



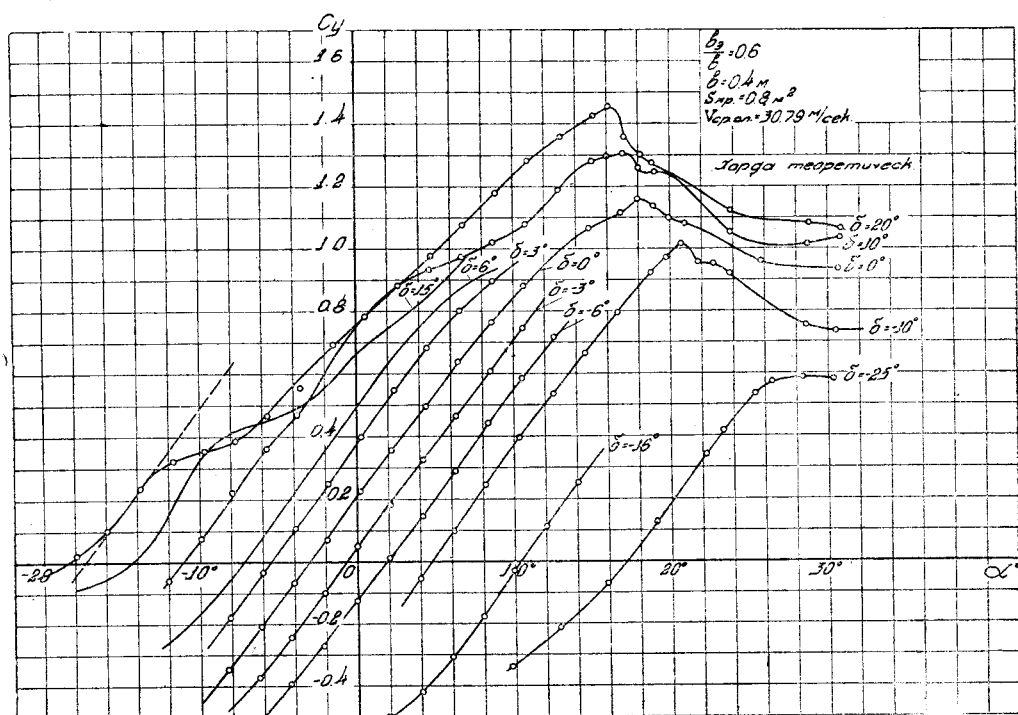
Фиг. 2. Сводная диаграмма c_y по α модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



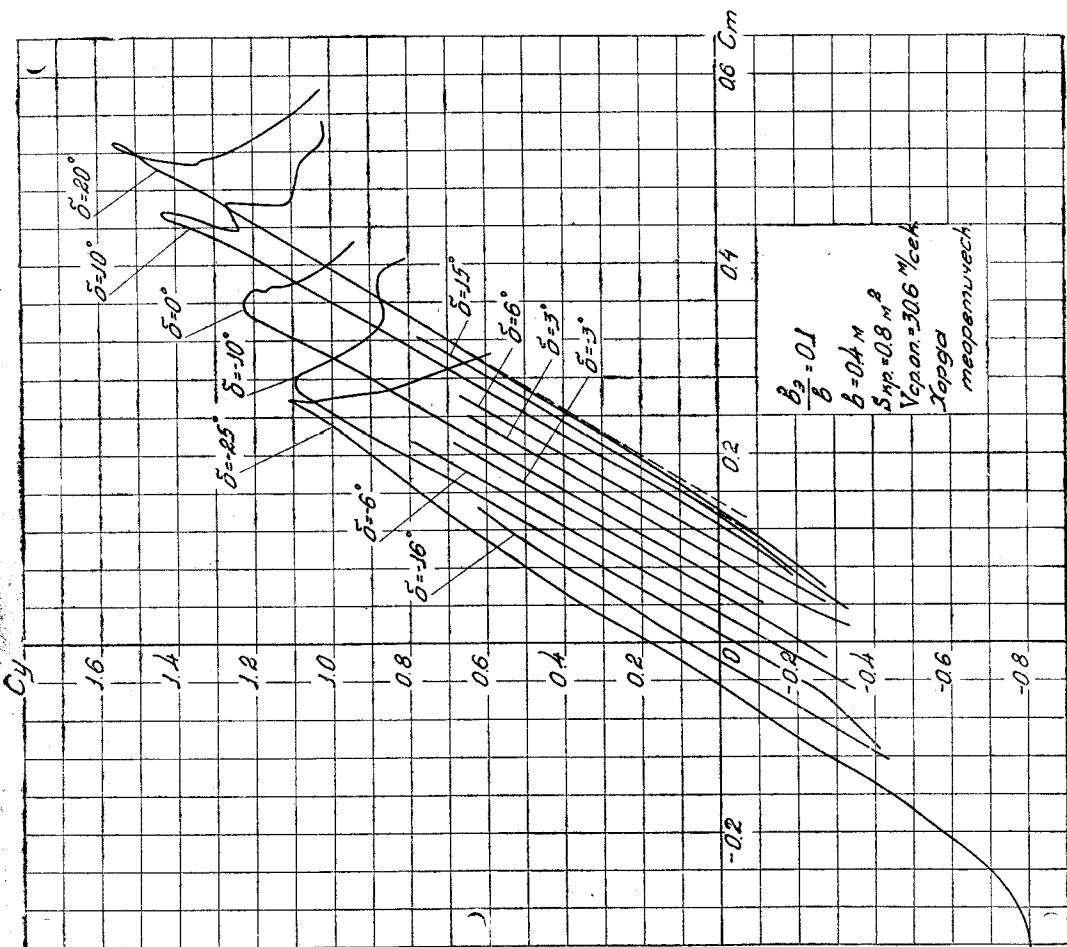
Фиг. 3. Сводная диаграмма c_y по α модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



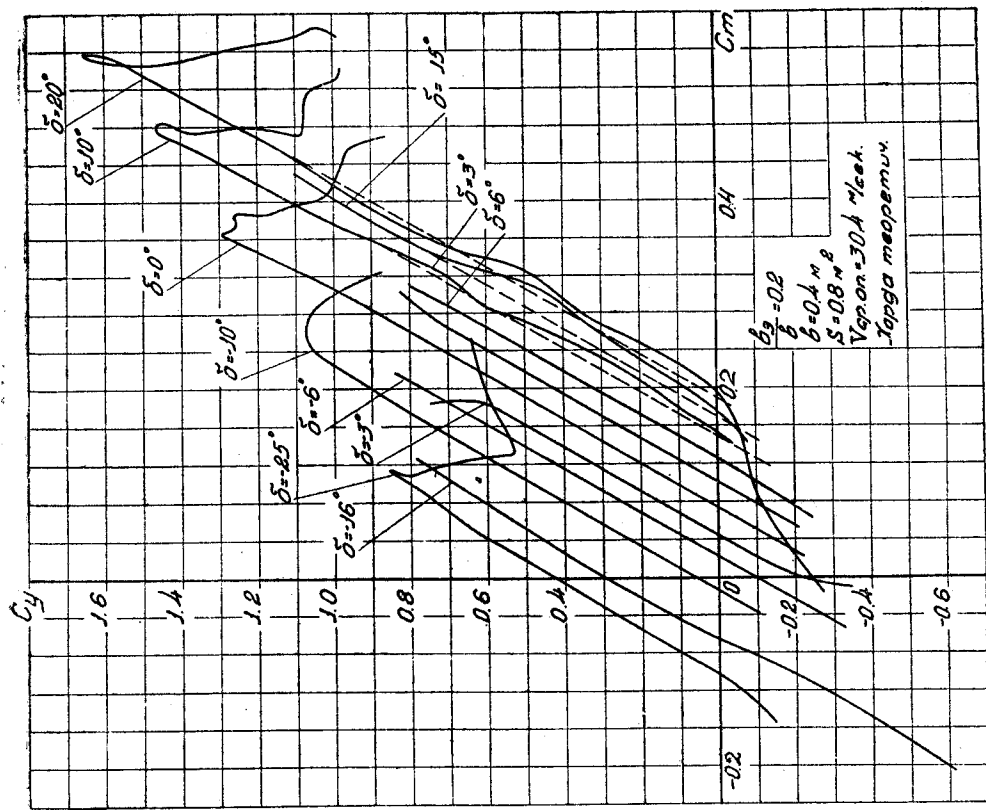
Фиг. 4. Сводная диаграмма c_y по α модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



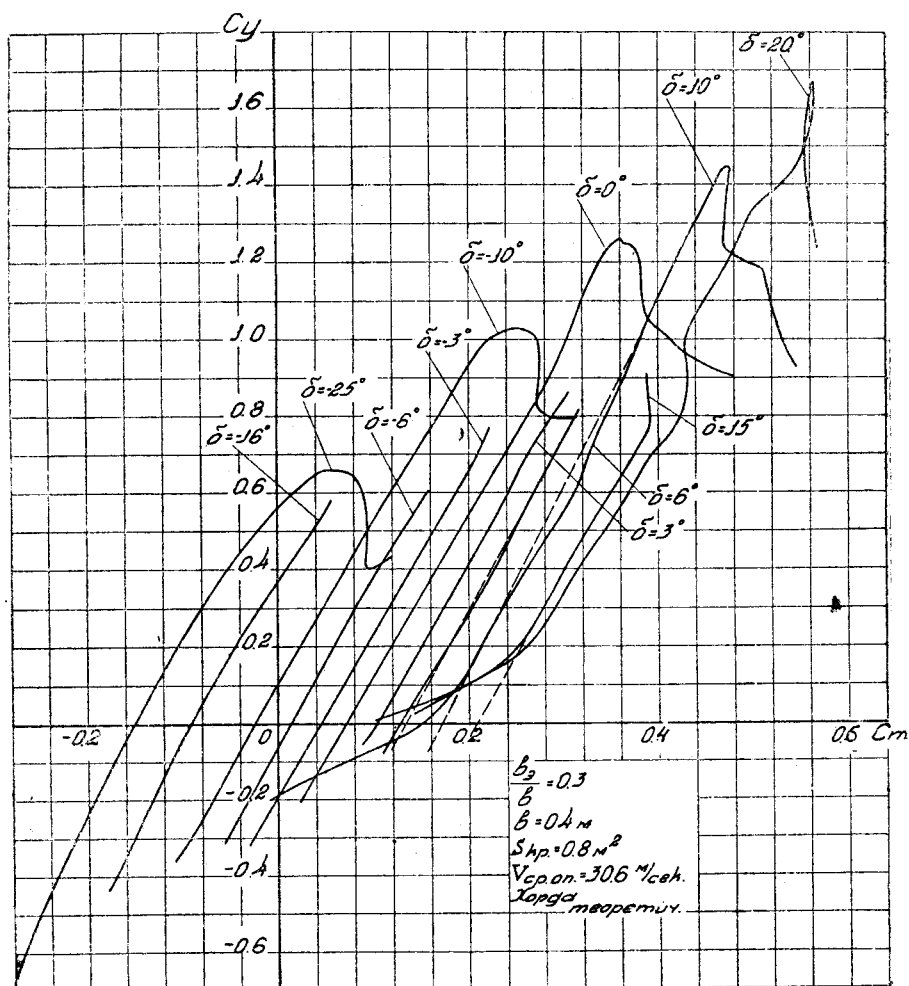
Фиг. 5. Сводная диаграмма c_y по α модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



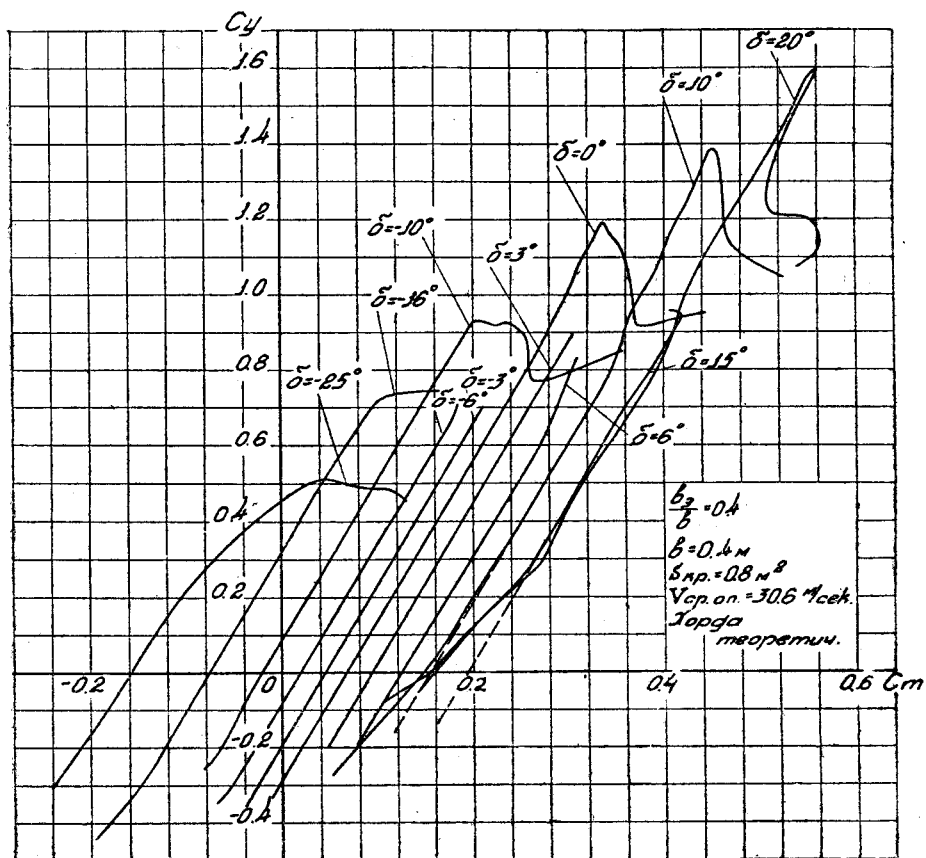
Фиг. 6. Сводная диаграмма c_y по c_m модели дужки с закрылком. Профиль Clark-Y



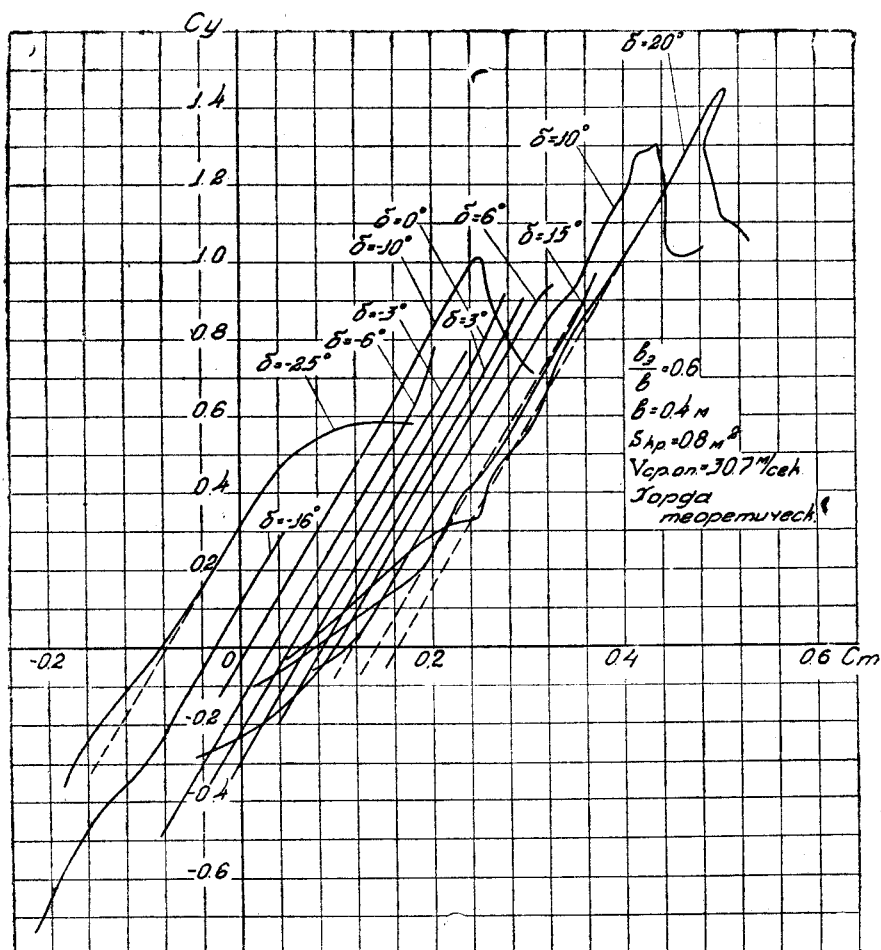
Фиг. 7. Сводная диаграмма c_y по c_m модели дужки с закрылком. Профиль Clark-Y



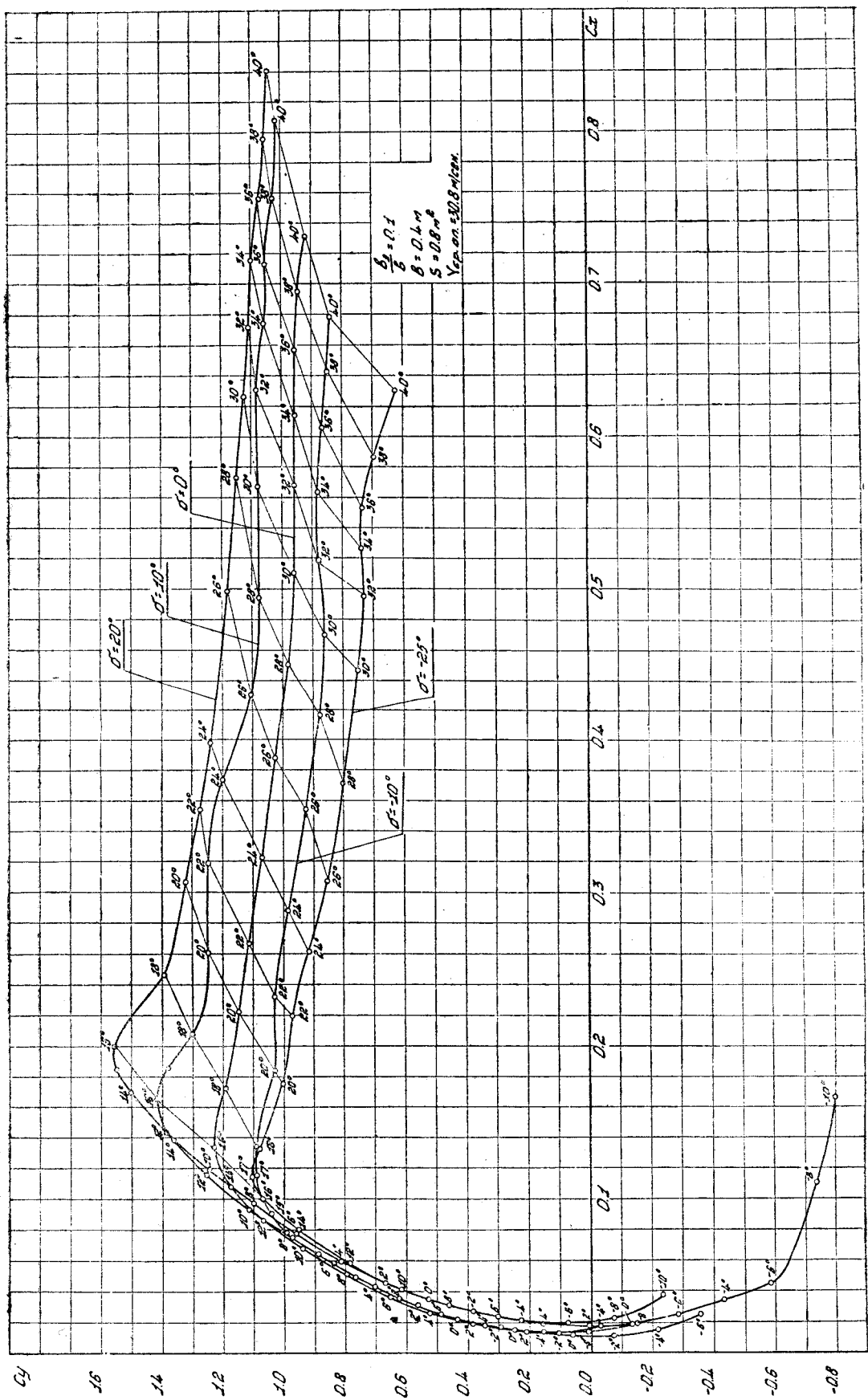
Фиг. 8. Сводная диаграмма c_y по c_m модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



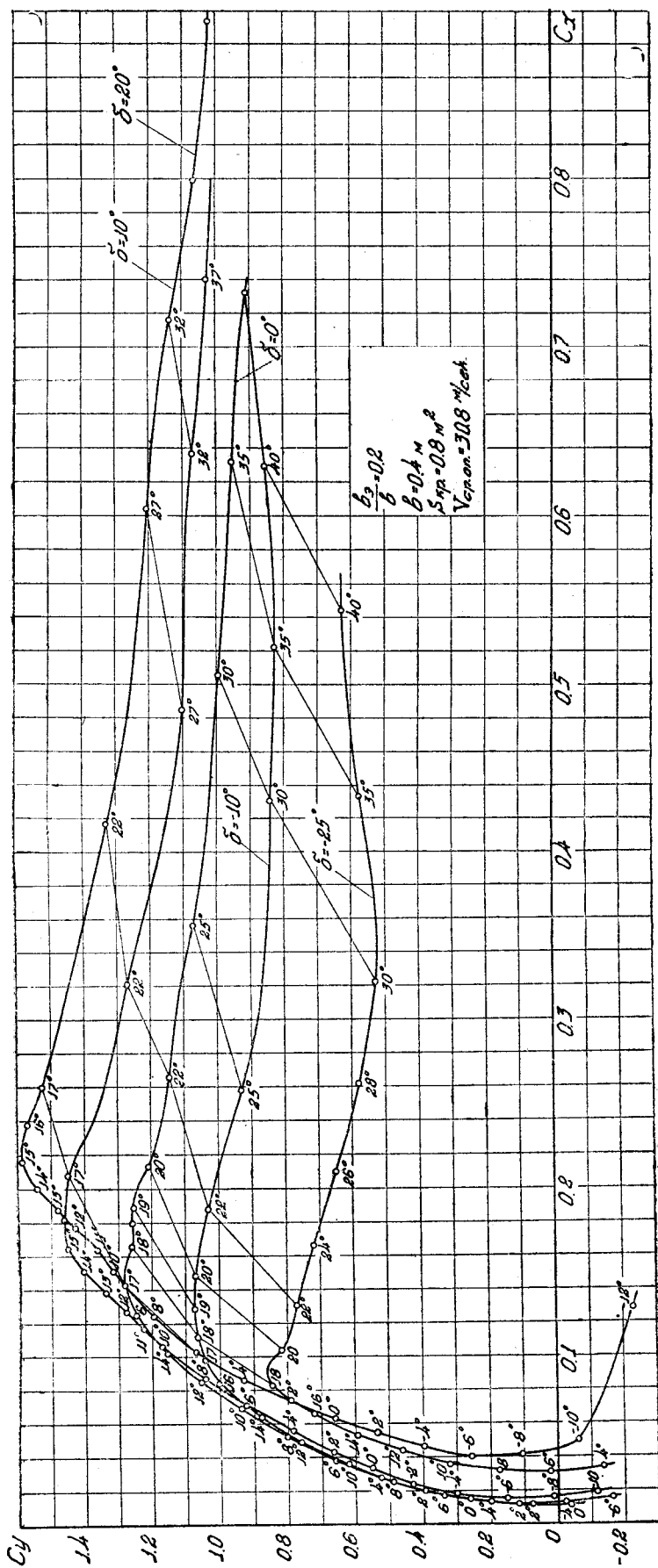
Фиг. 9. Сводная диаграмма c_y по c_m модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



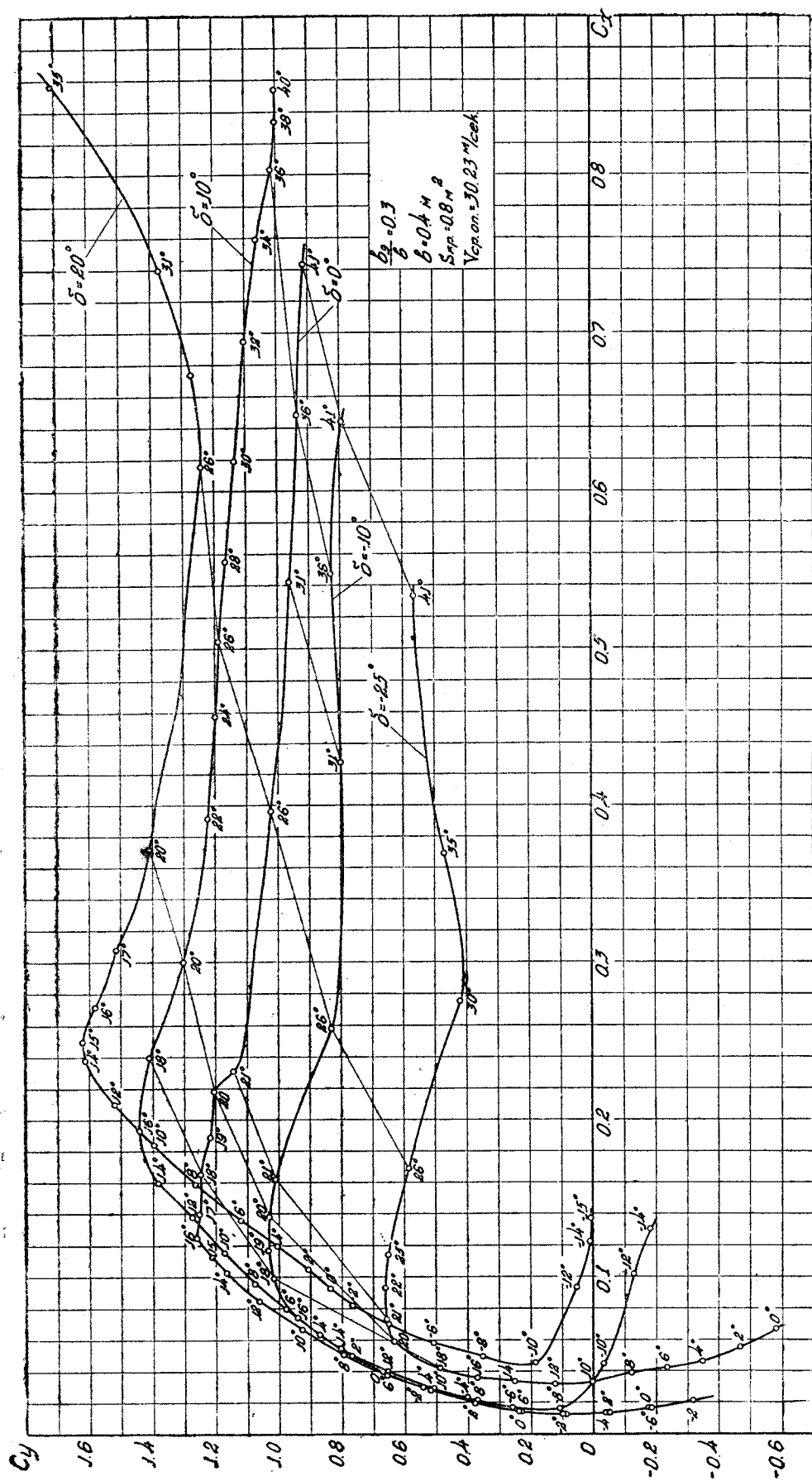
Фиг. 10. Сводная диаграмма c_y по c_m модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



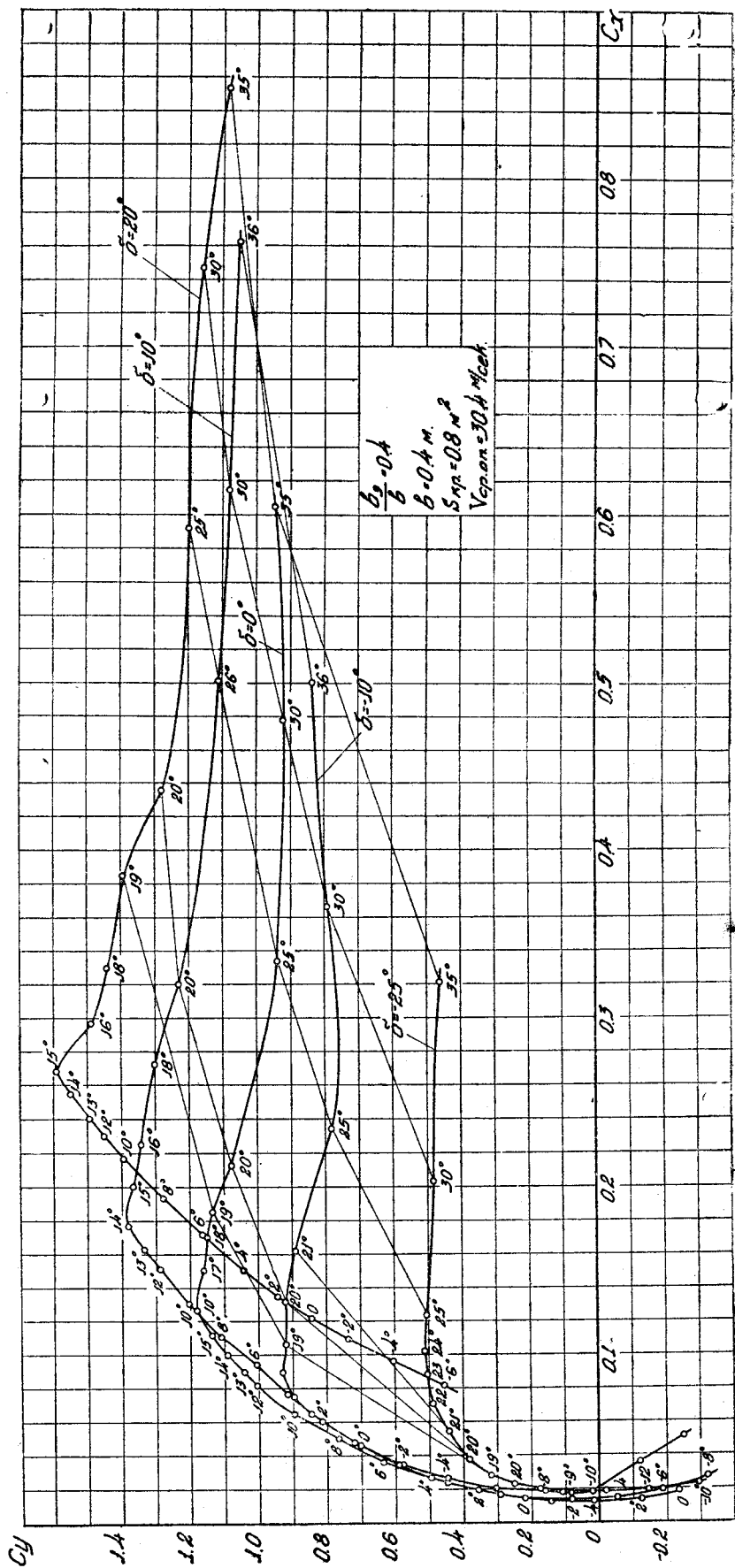
Фиг. 11. Сводная диаграмма c_y по c_x модели дужки с закрылком. Профиль Clark-Y



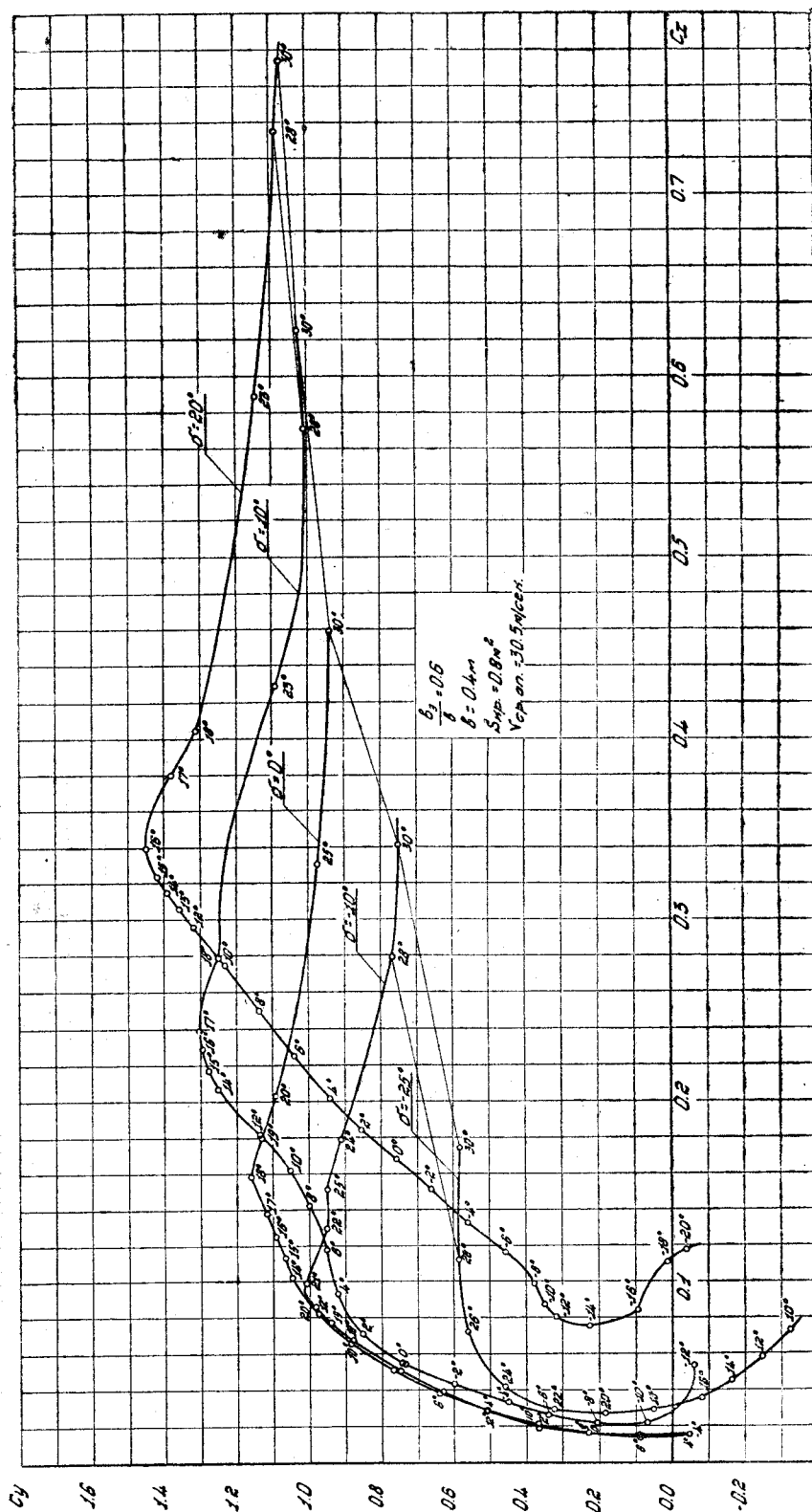
Фиг. 12. Сводная диаграмма c_y по c_x модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



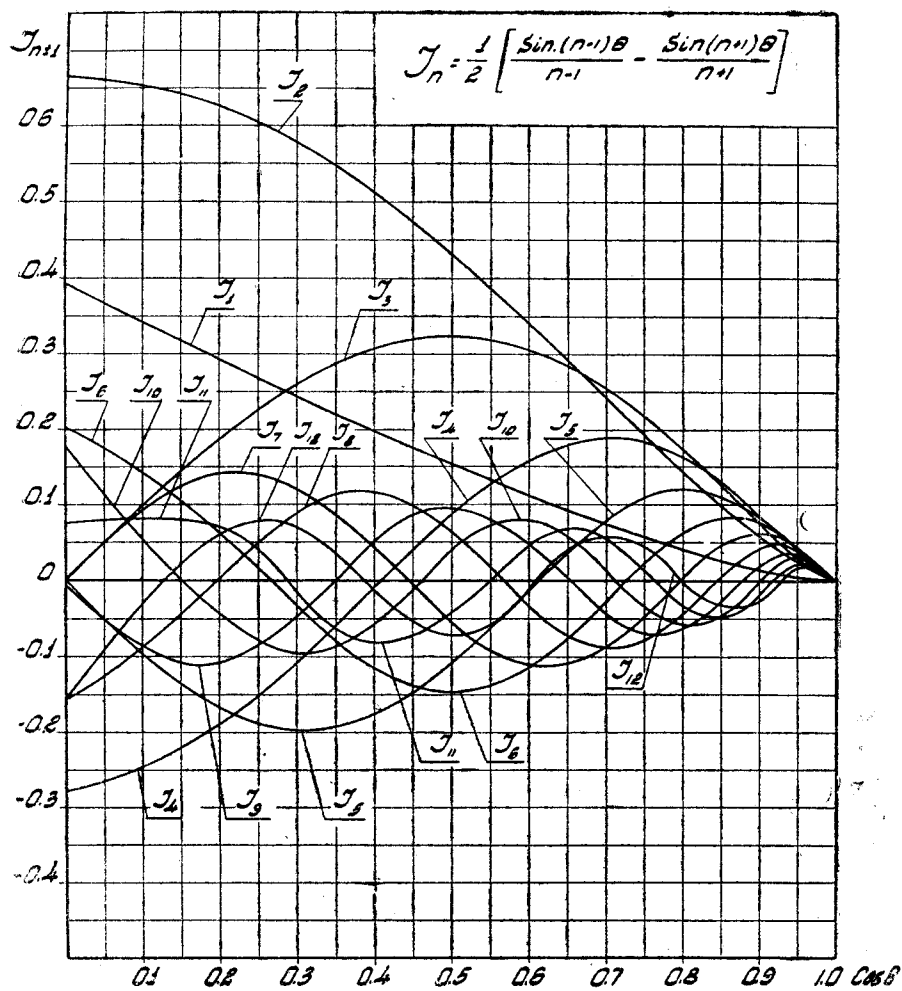
Фиг. 13. Сводная диаграмма C_y по C_x модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



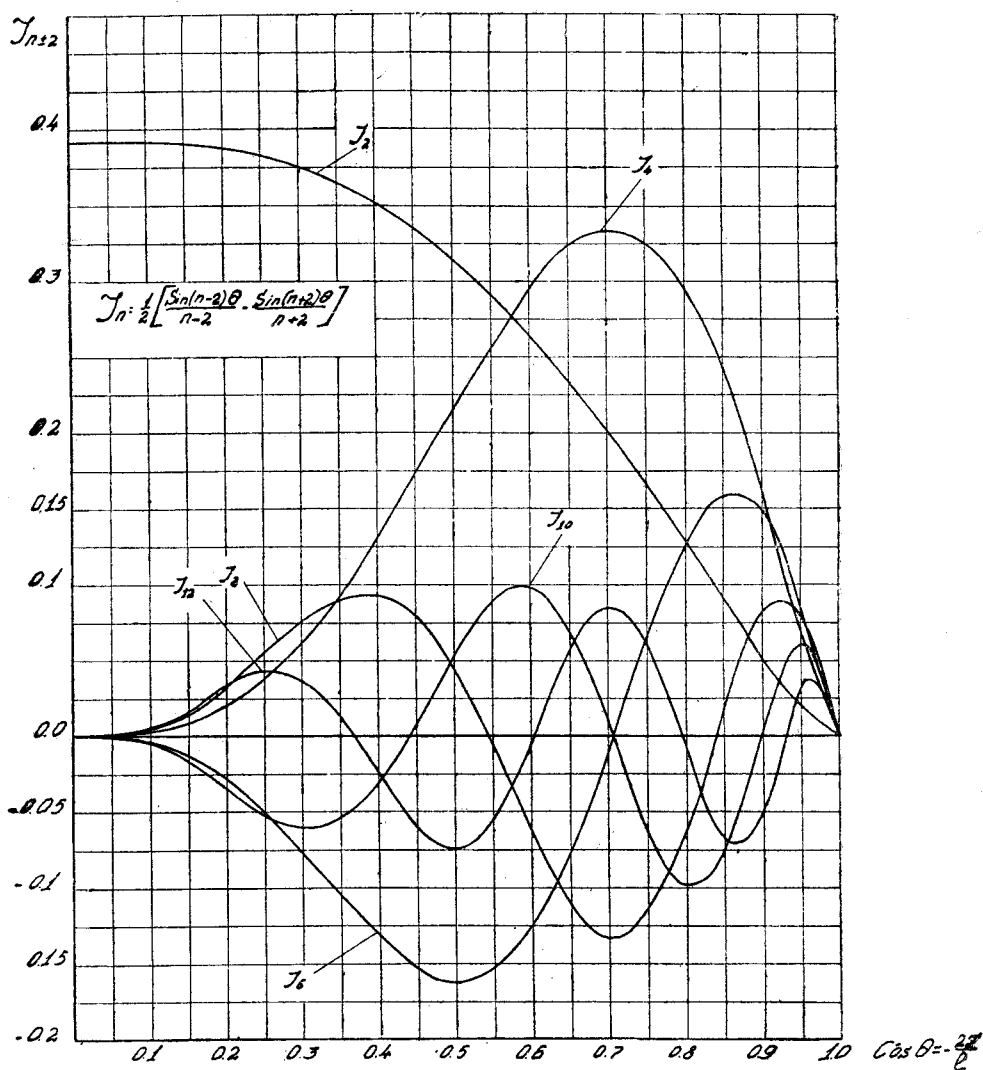
Фиг. 14. Сводная диаграмма c_y по c_x модели дужки с закрылком
Профиль Clark-Y



Фиг. 15. Сводная диаграмма C_y по C_x модели дужки с закрылком.
Профиль Clark-Y



Фиг. 16. График для определения разностей синусов



Фиг. 17. График для определения разностей синусов

ОГЛАВЛЕНИЕ

	<i>Стр.</i>
Краткое содержание	2
Обозначения	3
Введение	5
I. Метод исследования	6
Определение коэффициентов, входящих в уравнения	12
II. Эффект, получаемый от отклонения элеронов	13
Эксперимент	15
Распределение циркуляции при отклоненных элеронах	19
1. Элерон постоянной относительной глубины	20
2. Элерон переменной относительной глубины	23
III. Основные аэродинамические характеристики крыла с отклоненными элеронами	30
Сравнение с экспериментом	33
Характеристики трапецевидного крыла с отклоненными элеронами	42
Распространение расчетных данных	54
IV. Вращение крыла относительно продольной оси	56
Основные аэродинамические характеристики вращающегося {крыла} относительно продольной оси	57
V. Эффективность элеронов	68
Подбор элеронов	70
Приложение	80

Отв. редактор А. К. Мартынов

Техн. редактор С. Н. Бабочкин

Сдано в набор 27/III 1939 г.

Подписано к печати 30/V 1939 г.

Формат бумаги 70×108^{1/16}

6 печ. л., кол. знаков 66 000. в п. л.

Уполн. Мособлгорлита Б—4617

Тираж 1 000 экз.

Зак. тип. 83